

ISSN 2222-940X



**NAXÇIVAN DÖVLƏT UNIVERSİTETİ**

# **ELMİ ƏSƏRLƏR**

*FİZİKA-RİYAZIYYAT VƏ TEXNİKA  
ELMLƏRİ SERİYASI*

# **SCIENTIFIC WORKS**

*SERIES OF PHYSICAL, MATHEMATICAL  
AND TECHNICAL SCIENCES*

# **НАУЧНЫЕ ТРУДЫ**

*СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ  
И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК*

*NAXÇIVAN, NDU, "QEYRƏT" - 2016*

*№ 8 (81)*

# RİYAZİYYAT

ЯГУБ МАМЕДОВ

[yagubmammadov@yahoo.com](mailto:yagubmammadov@yahoo.com)

САМИРА ГАСАНЛЫ

Нахчыванский Институт Учителей

УДК: 517.51

## ЭЛЕМЕНТЫ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ПОРОЖДЕННЫЕ ОПЕРАТОРОМ ДАНКЛЯ

*Açar sözlər:* Dankl operfтору, harmonik analiz, ümumiləşmiş sürüşmələr, integral operatorlar, Dankl sürüşməsi

*Key words:* Dunkl operator, harmonic analysis, generalized shifts, integral operators, Dunkl transform

В классической теории приближений функций, центральную роль играют операторы сдвига  $f(x) \mapsto f(x+y)$ ,  $x, y \in \mathbf{R}$ . Так, инфинитезимальным оператором сдвига является оператор дифференцирования, преобразование Фурье представляет собой разложение по собственным функциям оператора сдвига, оператор сдвига используется для построения модулей непрерывности и гладкости, которые являются основными элементами прямых и обратных теорем теории приближения. Различные обобщения операторов сдвига позволяют сформулировать естественные аналоги задач классической теории приближения. Одним из обобщений операторов сдвига является группа или полугруппа операторов в банаховом пространстве. Многие задачи теории приближения такого вида рассмотрены в работах П.Бутцера, Х.Беренса и А.П.Терехина.

Оператор обобщенного сдвига Данкля  $\tau_y$ ,  $y \in \mathbf{R}$  определяется равенством

$f(x) \rightarrow \tau_y f(x) := u(x, y)$  и его явный вид получен в работе М.Реслера [1,2]. В предельном случае, при  $\alpha = -1/2$ , обобщенный сдвиг Данкля переходит в обычный сдвиг  $f(x) \rightarrow f(x+y)$ .

Обозначим через  $j_\alpha(x)$  нормированную функцию Бесселя первого рода, т.е.

$$j_\alpha(x) = \frac{2^\alpha \Gamma(\alpha+1) J_\alpha(x)}{x^\alpha},$$

Где  $J_\alpha(x)$ -функция Бесселя первого рода,  $\Gamma(x)$ -гамма функция. Обобщенной экспоненциальной функцией будем называть функцию

$$E_\alpha(x) := j_\alpha(x) + i c_\alpha x j_{\alpha+1}(x),$$

Где  $c_\alpha = (2(\alpha+1))^{-1}$ ,  $i = \sqrt{-1}$ . Функция  $y = E_\alpha(x)$  удовлетворяет дифференциально-разностному уравнению  $D_\alpha y = iy$  с начальным условием  $y(0) = 1$ . В предельном случае, при  $\alpha = -1/2$ , обобщенная экспоненциальная функция совпадает с обычной экспоненциальной функцией  $e^{ix}$ .

Преобразованием Данкля называется следующее интегральное преобразование

$$F_\alpha : f(x) \rightarrow \tilde{f}(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) E_\alpha(\lambda x) |x|^{2\alpha+1} dx, \quad \lambda \in \mathbf{R}.$$

Обратное преобразование Данкля задается формулой

$$F_\alpha^{-1} : g(\lambda) \rightarrow \tilde{f}(x) = c_\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} g(\lambda) E_\alpha(-\lambda x) |\lambda|^{2\alpha+1} d\lambda, \text{ где } c_\alpha = (2^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1))^{-2}.$$

Оператором Данкля [3] называется следующий дифференциально-разностный оператор  $D_\alpha$  :

$$D_\alpha f(x) = \frac{df}{dx}(x) + \left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \frac{f(x) - f(-x)}{x},$$

где  $\alpha$  - произвольное действительное число, удовлетворяющее условию  $\alpha > -1/2$ . Действие оператора  $D_\alpha$  определено для всех функций  $f \in C^{(1)}(\mathbf{R})$ .

Операторы Данкля являются дифференциально-разностными операторами на действительной оси, которые введены в 1989 году Данклом и обозначаются через  $D_\alpha$ , где  $\alpha > -1/2$  является действительным числом. Ядро Данкля  $E_\alpha$  применяется в операторах преобразование  $F_\alpha$  Данкля, который введен Данклом. Реслер показал, что ядро Данкля задается формулой произведения..

Пусть  $\alpha > -1/2$  фиксированное число и  $\mu_\alpha$  весовая Лебегова мера на  $\mathbf{R}$ , заданная по

$$d\mu_\alpha(x) := \frac{1}{2^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1)} |x|^{2\alpha+1} dx.$$

**Определение 1.** Для  $x, y \in \mathbf{R}$  и непрерывной на  $\mathbf{R}$  функции  $f$ , положим

$$\tau_x f(y) = \int_{\mathbf{R}} f(z) dv_{x,y}(z) = \int_{|x|+|y|}^{|x|+|y|} f(z) dv_{x,y}(z) + \int_{-(|x|+|y|)}^{-|x|+|y|} f(z) dv_{x,y}(z).$$

Операторы  $\tau_x$ ,  $x \in \mathbf{R}$ , называемые операторами сдвига Данкля на  $\mathbf{R}$  могут быть представлены в следующей форме (см. [2])

$$\begin{aligned} \tau_x f(y) &= c'_\alpha \int_0^\pi f_e \left( \sqrt{x^2 + y^2 - 2|xy| \cos \theta} \right) h_1(x, y, \theta) (\sin \theta)^{2\alpha} d\theta \\ &+ c'_\alpha \int_0^\pi f_o \left( \sqrt{x^2 + y^2 - 2|xy| \cos \theta} \right) h_2(x, y, \theta) (\sin \theta)^{2\alpha} d\theta, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $f = f_e + f_o$ ,  $f_o$  и  $f_e$  четная и нечетная часть  $f$  соответственно, с  $c'_\alpha = \Gamma(\alpha+1)/(\sqrt{\pi} \Gamma(\alpha+1/2))$ ,  $h_1(x, y, \theta) = 1 - \text{sgn}(xy) \cos \theta$ ,

$$h_2(x, y, \theta) = \begin{cases} \frac{(x+y)[1 - \text{sgn}(xy) \cos \theta]}{\sqrt{x^2 + y^2 - 2|xy| \cos \theta}} & \text{если } xy \neq 0, \\ 0 & \text{если } xy = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Пусть  $B(x, t) = \{y \in \mathbf{R} : |y| \in ]\max\{0, |x| - t\}, |x| + t[ \}$  и  $t > 0$ . Тогда  $B(0, t) = ]-t, t[$  и  $\mu_\alpha(]-t, t[) = b_\alpha t^{2\alpha+2}$ , где  $b_\alpha = (2^{\alpha+1}(\alpha+1)\Gamma(\alpha+1))^{-1}$ .

Для действительного параметра  $\alpha \geq -1/2$ , рассмотрим оператор Данкля на  $\mathbf{R}$  :

$$D_\alpha(f)(x) = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{2\alpha+1}{x} \frac{f(x) - f(-x)}{2} \quad (3)$$

Заметим, что  $D_{-1/2} = d/dx$ .

Для  $\alpha \geq -1/2$  и  $\lambda \in \mathbf{C}$ , начальная задача  $D_\alpha(f)(x) = \lambda f(x)$ ,  $f(0) = 1$ ,  $x \in \mathbf{R}$  имеет единственное решение  $E_\alpha(\lambda x)$  называемое ядром Данкля [4, 5, 6] и задается по

$$E_\alpha(\lambda x) = j_\alpha(i\lambda x) + \frac{\lambda x}{2(\alpha+1)} j_{\alpha+1}(i\lambda x), \quad x \in \mathbf{R},$$

где  $j_\alpha$  - нормированная функция Бесселя первого рода, порядка  $\alpha$  и  $J_\alpha$  функция Бесселя первого рода, порядка  $\alpha$  [7], определенная по

$$j_\alpha(z) = 2^\alpha \Gamma(\alpha+1) \frac{J_\alpha(z)}{z^\alpha} = \Gamma(\alpha+1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z/2)^{2n}}{n! \Gamma(n+\alpha+1)}, \quad z \in \mathbf{C}$$

а также

$$j_\alpha(\lambda x) = \begin{cases} 2^\alpha \Gamma(\alpha+1) \frac{J_\alpha(\lambda x)}{(\lambda x)^\alpha}, & \lambda x \neq 0, \\ 1, & \lambda x = 0. \end{cases}$$

Ядро Данкля  $E_\alpha(\lambda x)$  может быть разложена в следующей форме в степенной ряд

$$E_\alpha(\lambda x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda x)^n}{b_n(\alpha)}, \text{ где } b_n(\alpha) = \frac{2^{2n} n!}{\Gamma(\alpha+1)} \Gamma(n+\alpha+1), \quad b_{2n+1}(\alpha) = 2(\alpha+1)b_{2n}(\alpha).$$

Мы можем написать, что для  $x \in \mathbf{R}$  и  $\lambda \in \mathbf{C}$  ([1], стр. 295)

$$E_\alpha(-i\lambda x) = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha+1/2)} \int_{-1}^1 (1-t^2)^{\alpha-1/2} (1-t)e^{i\lambda x t} dt.$$

Заметим, что  $E_{-1/2}(\lambda x) = e^{\lambda x}$ .

Преобразование Данкля функции  $F_\alpha$ ,  $f \in L_{1,\alpha}(\mathbf{R})$  задается по формуле

$$F_\alpha f(\lambda) := \int_{\mathbf{R}} E_\alpha(-i\lambda x) f(x) d\mu_\alpha(x), \quad \lambda \in \mathbf{R}.$$

Отметим, что для каждого  $x \in \mathbf{R}$  справедлива оценка  $|E_\alpha(ix)| \leq 1$  [1].

Заметим, что  $F_{-1/2}$  совпадает с преобразованием Фурье  $F$ , заданным по формуле:

$$Ff(\lambda) := (2\pi)^{-1/2} \int_{\mathbf{R}} e^{-i\lambda x} f(x) dx, \quad \lambda \in \mathbf{R}.$$

**Предложение 1.** ([8], [9])

(i) Для всех  $f \in L_{1,\alpha}(\mathbf{R})$  имеем  $\|F_\alpha f\|_{\infty,\alpha} \leq \|f\|_{1,\alpha}$ .

(ii) Для всех  $f \in \mathbf{S}(\mathbf{R})$ , имеем  $F_\alpha(D_\alpha f)(\lambda) = i\lambda F_\alpha(f)(\lambda)$ ,  $\lambda \in \mathbf{R}$ ,

где  $D_\alpha$  является оператором Данкля, заданный по формуле (3)

(iii)  $F_\alpha$  является топологическим автоморфизмом на  $\mathbf{S}(\mathbf{R})$ , которая расширяется в топологический автоморфизм на  $\mathbf{S}'(\mathbf{R})$ .

**Теорема 1.** (см. de Jeu [10], Soltani [11])

(i) теорема Планишереля: Преобразование Данкля  $F_\alpha$  является изометрическим автоморфизмом  $L_{2,\alpha}(\mathbf{R})$ . В частности,  $\|F_\alpha f\|_{2,\alpha} = \|f\|_{2,\alpha}$ .

(ii) Обратная формула: Пусть  $f$  функция из  $L_{1,\alpha}(\mathbf{R})$ , такая, что  $F_\alpha f \in L_{1,\alpha}(\mathbf{R})$ .

Тогда  $F_\alpha^{-1} f(x) = F_\alpha f(-x)$ , п.в.  $x \in \mathbf{R}$ .

**Теорема 2.** [1]

(i) Пусть  $\alpha > -1/2$  и  $\lambda \in \mathbf{C}$ . Ядро Данкля  $E_\alpha$  удовлетворяет следующей формуле произведения:

$$E_\alpha(\lambda x) E_\alpha(\lambda y) = \int_{\mathbf{R}} E_\alpha(\lambda z) d\nu_{x,y}(z), \quad x, y \in \mathbf{R}.$$

(ii) Мера  $\nu_{x,y}$  имеет следующие свойства:

$$\text{supp}(\nu_{x,y}) = A_{x,y} \cup (-A_{x,y}), \quad \|\nu_{x,y}\| := \int_{\mathbf{R}} d|\nu_{x,y}|(z) \leq 4.$$

**Предложение 2.** (см. Soltani [11])

(i) Если  $f$  - четная непрерывная положительная функция, тогда  $\tau_x f$  положительная.

(ii) Для всех  $x \in \mathbf{R}$  оператор  $\tau_x$  расширяется в  $L_{p,\alpha}(\mathbf{R})$ ,  $p \geq 1$  и для  $f \in L_{p,\alpha}(\mathbf{R})$

имеем,

$$\|\tau_x f\|_{p,\alpha} \leq 4 \|f\|_{p,\alpha}. \quad (4)$$

(iii) Для всех  $x, \lambda \in \mathbf{R}$  и  $f \in L_{1,\alpha}(\mathbf{R})$ , имеем

$$F_\alpha(\tau_x f)(\lambda) = E_\alpha(i\lambda x)F_\alpha f(\lambda).$$

Пусть  $f$  и  $g$  непрерывные функции на  $\mathbf{R}$  с компактным носителем. Определим обобщенную свертку  $*_\alpha$  от  $f$  и  $g$  по формуле

$$f *_\alpha g(x) := \int_{\mathbf{R}} \tau_x f(-y)g(y)d\mu_\alpha(y), \quad x \in \mathbf{R}.$$

Обобщенная свертка  $*_\alpha$  является ассоциативной и коммутативной [1]. Заметим, что  $*_{-1/2}$  совпадает со стандартной сверткой  $*$ . Справедлива следующая лемма.

**Лемма 1.** Если  $f \in S(\mathbf{R})$ , тогда для  $m > 0$ ,

$$|(\tau_t | f |)(x)| \leq \frac{c_m(1+x^2+t^2)^{-\alpha}}{(1+||x|-|t||^2)^m}. \quad (5)$$

**Доказательство.** Для того чтобы доказать (5), мы используем формулу (1). Заметим, что  $|h^e(x, t, \theta)| \leq 2$  и  $|h^o(x, t, \theta)| \leq 2$ . Первое неравенство очевидно, а для того, чтобы доказать второе неравенство запишем выражение  $(x+t)(1-\text{sgn}(xt)\cos\theta)$  через сумму  $x - t\text{sgn}(xt)\cos\theta$  и  $t - x\text{sgn}(xt)\cos\theta$ , каждая из которых мажорируется  $(x, t)_\theta = \sqrt{x^2 + y^2 - 2|xy|\cos\theta}$ . Таким образом,  $|h^o(x, t, \theta)| \leq 2$  из (2). Если  $f \in S(\mathbf{R})$ , то для каждого  $m > 0$ ,  $|f(x)| \leq c_m(1+|x|^2)^{-m-\alpha}$ . Из (1), имеем

$$|(\tau_t | f |)(x)| \leq c_m \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{2\lambda-1}\theta d\theta}{(1+x^2+t^2-2|xt|\cos\theta)^{m+\alpha}},$$

в которой мажорируется через  $c'_m \int_0^{\pi/2} [1+(|x|-|t|)^2+|xt|\theta^2]^{-m-\alpha\theta^{2\lambda-1}} d\theta$ . Применяя замену переменных  $s = |xt|\theta^2/[1+(|x|-|t|)^2]$ , получим

$$|(\tau_t | f |)(x)| \leq \frac{c_m A^{-\alpha}}{[1+(|x|-|t|)^2]^{m+\alpha}} \int_0^A \frac{s^{\alpha-1} ds}{(1+s)^{m+\alpha}}, \quad A = \frac{(\pi/2)^2 |xt|}{1+(|x|-|t|)^2}.$$

Так как  $\int_0^A (1+s)^{-m-\alpha} s^{\alpha-1} ds \approx [A/(A+1)]^\alpha$ , то неравенство (5) сразу следует.

**Предложение 3.**

(i) Предположим, что  $X = L_{p,\alpha}(\mathbf{R})$ ,  $1 \leq p < \infty$  или  $X = C_0(\mathbf{R})$  и  $f \in X$ . Тогда для заданного  $t_0 \in \mathbf{R}$ , существует предел  $\lim_{t \rightarrow t_0} \|\tau_t f - \tau_{t_0} f\|_X = 0$ .

(ii) Если  $\phi \in L_{1,\alpha}(\mathbf{R})$  удовлетворяет условию  $(F_\alpha \phi)(0) = 1$  и  $\phi_\varepsilon(x) = \varepsilon^{-2\alpha-2} \phi(\varepsilon^{-1}x)$  при  $\varepsilon > 0$ , то для каждого  $f \in X = L_{p,\alpha}(\mathbf{R})$ ,  $1 \leq p < \infty$ , или  $C_0(\mathbf{R})$ , существует предел  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \|f *_\alpha \phi_\varepsilon - f\|_X = 0$ .

(iii) Если  $\phi \in \mathbf{D}(\mathbf{R})$  удовлетворяет условию  $(F_\alpha \phi)(0) = 1$  и  $f \in C(\mathbf{R})$ , то  $f *_\alpha \phi_\varepsilon \in C^\infty(\mathbf{R})$  и сходится к  $f$  равномерно на каждом компактном множестве  $\mathbf{R}$ .

**Доказательство.** По свойству оператора обобщенного сдвига Данкля, свойства (i), достаточно доказать для функций  $f \in \mathbf{S}(\mathbf{R})$ . Для таких  $f$ , используя  $F_\alpha(\tau_t f)(x) = E_\alpha(1+x)F_\alpha f(x)$

$$\tau_t f(x) = \int_{\mathbf{R}} (F_\alpha f)(y) E_\alpha(it y) E_\alpha(ix y) d\mu_\alpha(y), \quad x \in \mathbf{R}, \quad (6)$$

имеем

$$\|\tau_t f - \tau_{t_0} f\|_{C_0} \leq \int_{\mathbb{R}} |(\mathbf{F}_\alpha f)(y)| |E_\alpha(it y) - E_\alpha(it_0 y)| d\mu_\alpha(y) \leq |t - t_0| \int_{\mathbb{R}} |(\mathbf{F}_\alpha f)(y)| d\mu_\alpha(y),$$

которое стремится к нулю при  $t \rightarrow t_0$ . С другой стороны, из неравенства (5) следует что, при  $|t - t_0| \leq 1$ ,  $|\tau_t f(x) - (\tau_{t_0} f)(x)| \leq c(1 + \|x - t_0\|^2)^{-m}$ . Выбирая  $m > \alpha + 1/2$ , из теоремы Лебега об ограниченной сходимости следует, что  $\lim_{t \rightarrow t_0} \|\tau_t f - \tau_{t_0} f\|_{L_{p,\alpha}} = 0$ .

Что касается части (ii), так как

$$(f *_\alpha \phi_\varepsilon)(x) - f(x) = c_\alpha \int_{\mathbb{R}} (\tau_{-t} f(x) - f(x)) \phi_\varepsilon(t) |t|^{2\alpha} dt,$$

имеем  $\|f *_\alpha \phi_\varepsilon - f\|_X \leq c_\alpha \int_{\mathbb{R}} \|\tau_{-t} f - f\|_X |\phi(t)| |t|^{2\alpha} dt$ . По свойству оператора обобщенного сдвига Данкля  $\|\tau_{-t} f - f\|_X |\phi(t)| \leq 5\|f\|_X |\phi(t)| \in L_{1,\alpha}(\mathbb{R})$ . Тогда в силу части (i) и теоремы Лебега об ограниченной мажорантной сходимости, получим  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \|f *_\alpha \phi_\varepsilon - f\|_X = 0$ .

Наконец, для части (iii), если  $\phi \in \mathbf{D}(\mathbb{R})$  с  $\text{supp } \phi \subset \{t : |t| \leq r\}$  и  $f \in C(\mathbb{R})$ , интегрируя  $(f *_\alpha \phi_\varepsilon)(x) = c_\alpha \int_{\mathbb{R}} (\tau_x \phi_\varepsilon)(-t) f(t) |t|^{2\alpha} dt$  по множеству  $\{t : |t| \leq |x| + r\}$  и дифференцировании под знаком интеграла законно. Следовательно,  $f *_\alpha \phi_\varepsilon \in C^\infty(\mathbb{R})$ . С учетом сходимости на компакте часть (iii), достаточно предположить, что  $f \in C_0(\mathbb{R})$  и утверждение следует из части (ii) немедленно.

**Следствие.** Если  $f \in L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$ ,  $g \in L_{p',\alpha}(\mathbb{R})$ ,  $1 \leq p < \infty$ , то  $f *_\alpha g \in C(\mathbb{R})$ . Если  $1 < p < \infty$ , то  $f *_\alpha g \in C_0(\mathbb{R})$ . Если  $f \in C_0(\mathbb{R})$  и  $g \in L_{1,\alpha}(\mathbb{R})$ , то  $f *_\alpha g \in C_0(\mathbb{R})$  справедлива.

**Доказательство.** Из неравенства Гельдера следует, что  $|(f *_\alpha g)(x_1) - (f *_\alpha g)(x_2)|$  мажорируется через  $\|f\|_{L_{p,\alpha}} \|\tau_{x_1} g - \tau_{x_2} g\|_{L_{p',\alpha}}$  или  $\|\tau_{x_1} f - \tau_{x_2} f\|_{L_{p,\alpha}} \|g\|_{L_{p',\alpha}}$ , которое получается через непрерывности свертки Данкля  $f *_\alpha g$ . При  $a > 0$ , имеем

$$|(f *_\alpha g)(x)| \leq \left| \int_{\mathbb{R}} (f \chi_{[-a,a]})(t) (\tau_x g)(-t) d\mu_\alpha(t) \right| + 4 \|f \chi_{\mathbb{R} \setminus [-a,a]}\|_{L_{p,\alpha}} \|g\|_{L_{p',\alpha}}.$$

Из свойств функций  $W_\alpha(x, t, z)$ , легко видеть, что  $(\tau_x g)(-t) = [\tau_x (g \chi_{\mathbb{R} \setminus [-a,a]})](-t)$ , при  $|x| > 2a$  и  $t \leq a$ . Таким образом, первый член в правой стороне выше, становится

$$\left| \int_{\mathbb{R}} [\tau_x (f \chi_{[-a,a]})](-t) (g \chi_{\mathbb{R} \setminus [-a,a]})(t) d\mu_\alpha(t) \right| \leq 4 \|f\|_{L_{p,\alpha}} \|g \chi_{\mathbb{R} \setminus [-a,a]}\|_{L_{p',\alpha}}.$$

Теперь, если  $1 < p < \infty$ , для заданного  $\varepsilon > 0$ , выбирая  $a > 0$  такое, что  $\|f \chi_{\mathbb{R} \setminus [-a,a]}\|_{L_{p,\alpha}} < \varepsilon$ ,  $\|g \chi_{\mathbb{R} \setminus [-a,a]}\|_{L_{p',\alpha}} < \varepsilon$ . Тогда если  $|x| > a$ ,  $|(f *_\alpha g)(x)| \leq 4(\|f\|_{L_{p,\alpha}} + \|g\|_{L_{p',\alpha}})\varepsilon$ , который показывает  $\lim_{|x| \rightarrow \infty} (f *_\alpha g)(x) = 0$ .

Если  $f \in C_0(\mathbb{R})$  и  $g \in L_{1,\alpha}(\mathbb{R})$ , то  $\tau_{-t} f \in C_0(\mathbb{R})$  из свойств оператора обобщенного сдвига Данкля, и теоремы о мажорантной сходимости, получим  $(f *_\alpha g)(x) = \int_{\mathbb{R}} (\tau_{-t} f)(x) g(t) d\mu_\alpha(t)$  показывает непрерывность  $f *_\alpha g$  и  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f *_\alpha g)(x) = 0$ , т.е.,  $f *_\alpha g \in C_0(\mathbb{R})$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Rösler M. Bessel-type signed hypergroups on  $\mathbb{R}$ . in Probability measures on groups and related structures, XI (Oberwolfach, 1994), H. Heyer and A. Mukherjea, Eds., pp. 292-304,

World Scientific, River edge, NJ, USA, 1995

2. Rösler M. Dunkl operators: theory and applications // Lect. Notes in Math. 2002, v. 1817
3. Dunkl C.F. Differential-difference operators associated with reflections groups // Trans. Amer. Math. Soc. 1989, v. 311, pp. 167-183
4. Erdélyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G. Higher transcendental functions. vol. I and II. McGraw-Hill, New York, 1953
5. Soltani F. Lp-Fourier multipliers for the Dunkl operator on the real line // J. Funct. Anal. 209 (2004) pp. 16-35
6. Trimeche K. Paley-Wiener theorems for the Dunkl transform and Dunkl translation operators // Int. Trans. Spec. Funct. 13 (2002), pp. 17-38
7. Watson G.N. A treatise on theory of Bessel functions. Cambridge University Press, Cambridge, 1966
8. Fan X.L., Zhao Y., Zhao D. Compact embedding theorems with symmetry of Strauss-Lions type for the space  $W^{1,p(x)}(\Omega)$  // J. Math. Anal. Appl., 2001, v. 255, pp. 333-348
9. Soltani F. Littlewood-Paley operators associated with the Dunkl operator on  $\mathbf{R}$  // J. Funct. Anal. 221 (2005), pp. 205-225
10. de Jeu M.F.E. The Dunkl transform // Inv. Math. 1993, v. 113, pp. 147-162
11. Soltani F. Littlewood-Paley operators associated with the Dunkl operator on  $\mathbf{R}$  // J. Funct. Anal. 221 (2005), pp. 205-225
12. Guliyev V.S., Mammadov Y.Y. Function spaces and integral operators for the Dunkl operator on the real line // Khazar Journal of Mathematics, 4 (2006), no. 4, pp. 17-42
13. Mammadov Y.Y. On maximal operator associated with the Dunkl operator on  $\mathbf{R}$  // Khazar Journal of Mathematics, 4 (4) (2006), pp. 59-70.

#### XÜLASƏ

**Yaqub Məmmədov, Samirə Həsənli**

#### **Dankl operatoru ilə bağlı harmonik analizin elementləri**

Son vaxtlar riyazi ədəbiyyatlarda ümumiləşmiş sürüşmələrin yeni sinfi olan ümumiləşmiş Dankl sürüşməsi daxil edilmiş və istifadə olunmağa başlamışdır. Ümumiləşmiş Dankl sürüşməsi hər hansı diferensial - fərq operatoru ( Dankl operatoru ) üzrə qurulur ki, ondan riyazi fizikada geniş istifadə olunur.

Məqalədə ümumiləşmiş Dankl sürüşməsi təyin edilir, onun bəzi xassələrinə baxılır və Furiye – Dankl harmonik analizindən zəruri məlumatlar daxil edilir. Həmçinin Furiye – Dankl harmonik analizinin funksional fəzalar nəzəriyyəsinə və inteqral operatorlara tətbiqi ilə bağlı müxtəlif məsələlərə baxılır. Bu məsələlər harmonik analizin tətbiqi ilə bağlı olan məsələlərə analoji olur. Lakin həll zamanı Furiye-Dankl harmonik analizinin aparatı ilə bağlı bir sıra çətinliklər meydana çıxır. Bu isə fərdi maraq kəsb edən bir sıra məsələlərin həllini tələb edir.

#### ABSTRACT

**Yagub Mammadov, Samira Hasanli**

#### **Elements of harmonic analysis associated with Dunkl operator**

Recently in mathematical literatures generalized Dunkl shift included, being new class of generalized shifts and began to be used. Generalized Dunkl shift is set on any differential-difference operator (Dunkl operator) that, it is widely used in mathematical physics.

In the article generalized Dunkl shift is defined, some of its peculiarities are looked through and their are looked through and necessary informations from Furiye-Dunkl harmonic analysis are included. As well as various issues are looked through associated with the apply of the functional spaces theory of Furiye-Dunkl harmonic analysis and integral operators. These issues are the same with the issues associated with the apply of harmonic analysis. But during the solution, several difficulties associated with the apparatus of Furiye-Dunkl harmonic analysis occur. And it requires solution of several issues having importance of individual interest.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

SAHİB ƏLİYEV

[sahibali60@yahoo.com](mailto:sahibali60@yahoo.com)

ELŞAD AĞAYEV

[ağayev.elshad@gmail.com](mailto:ağayev.elshad@gmail.com)

Naxçıvan Dövlət Universiteti

SƏFA ƏLİYEV

Naxçıvan Universiteti

UOT: 539

EYNİFAZALI HAL ÜÇÜN KOMPAZİT MATERIALLARDA GƏRGİNLİK-  
DEFORMASIYA VƏZİYYƏTİNİN TƏDQIQI

*Açar sözlər:* kompozit material, tarazlıq, tənlik, normal və toxunma qüvvə, bircins mühit, Teylor sırası

*Key words:* composite material, equation, normal and touching force, ordinary environment, Teylor series

*Ключевые слова:* композитные материал, равновесия, уравнение, нормальное и прикасаю, ряды Тейлора.

İxtiyari sayda kəsilməyən laylara malik kompozit materiala baxaq. Hər bir layı  $Ox_1x_2x_3$  düzbucaqlı dekart sistemi ilə əlaqələndirək. Fərz edək ki, aparıcı layla əlaqələndirici layın materialları bircins və izotropdur. Aparıcı lay  $x_1Ox_2$  müstəvisi üzərində yerləşir. Hər bir aparıcı layın qalınlığı sabit olsun və bu layda əlaqələndirici laylar arasında kontaktlıq şərti ödənilsin.

Yuxarıdakı şərtlər daxilində “sonsuzluqdan” normal və toxunan qüvvələrin təsirindən əmələ gələn gərginlik – deformasiya vəziyyətinə baxaq.

Hər bir lay üçün tarazlıq tənliklərinin, Huk qanununu və Koşi münasibətlərini yazaq:

$$\frac{\partial \sigma_{iy}}{\partial x_j} = 0 \quad (i, y = 1, 2, 3)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + \mu \ell_{ij}$$

$$(1)$$

$$\ell_{iy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \theta = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

m-ci aparıcı layın yuxarı səthini  $S_m^+$  ilə, aşağı səthini isə  $S_m^-$  ilə işarə edək. Səthlər arasındakı kontaktlıq şərtlərini aşağıdakı kimi yazaq:

$$\sigma_{ij}^{(1)m} \Big|_{S_m^+} n_j^{m,+} = \sigma_{ij}^{(2)m} \Big|_{S_m^-} n_j^{m,+}$$

$$U_i^{(1)m} \Big|_{S_m^+} = U_i^{(2)m} \Big|_{S_m^-}$$



$$\sigma_{ij}^{(1)m_1} \Big|_{S_m^-} n_j^{m_1,-} = \sigma_{ij}^{(2)m} \Big|_{S_m^-} n_j^{m,-} \quad (2)$$

$$U_i^{(1)m_1} \Big|_{S_m^-} = U_i^{(2)m} \Big|_{S_m^-}$$

Burada  $n_j^{m,\pm}$   $S_m^\pm$  səthinə çəkilmiş ortonormal vektorlardır. m-çi aparıcı layın orta səthinin tənliyini aşağıdakı kimi göstərək.

$$X_{2m} = F_m(x_{1m}, x_{3m}) = \varepsilon f_m(x_{1m}, x_{3m}) \quad (3)$$

$$\varepsilon \in [0,1)$$

Baxılan kompozit materiallarda gərginlik deformasiya vəziyyətinin təyini (2) və (3) nəzərə almaqla (1) qapalı tənliklər sisteminin həllinə gətirilir.

Hissə-hissə bircins cisim modeli əsasında eynifazalı periodik əyri laylı kompozit materiallarda gərginlik vəziyyətini tədqiq edək (şəkil 1).

Əyilmənin  $x_3$ -dən asılı olmadığını qəbul edək. Fərz edək ki, “sonsuzluqdan“  $OX_1$  oxu istiqamətində  $\langle p \rangle$  intensivli müntəzəm yayılmış normal qüvvələr təsir edir. Hər bir layı  $OX_2$  oxu istiqamətində  $OX_1 X_2 X_3$  kordinant sistemindən paralel köçürmə vasitəsilə alınan  $O_m^{(k)} X_{1m}^{(k)} X_{2m}^k X_{3m}^k$  sisteminə gətirək.  $OX_2$  oxu istiqamətində  $4(H^{(1)} + H^{(2)})$  dövrülüyü nəzərə alaraq baxılan materialdan  $1^{(2)}, 1^{(1)}, 2^{(2)}, 2^{(1)}$  laylarını ayıraq və bütün həll prosesini onlar üzərində aparaq.  $2^{(2)}$  layının orta səthinin tənliyini  $x_{22}^{(2)} = L \sin(2\pi x_{12}^{(2)}/l)$  şəklində götürək.  $L < l$  qəbul edək və kiçik  $\varepsilon$  parametrini  $L/l$  götürək.

Baxılan kompozit materialda müstəvi deformasiya vəziyyətini tədqiq edək. Bu halda 0-cı yaxınlaşma aşağıdakı kimi yazsaq. Huk qanunlarından istifadə edək.

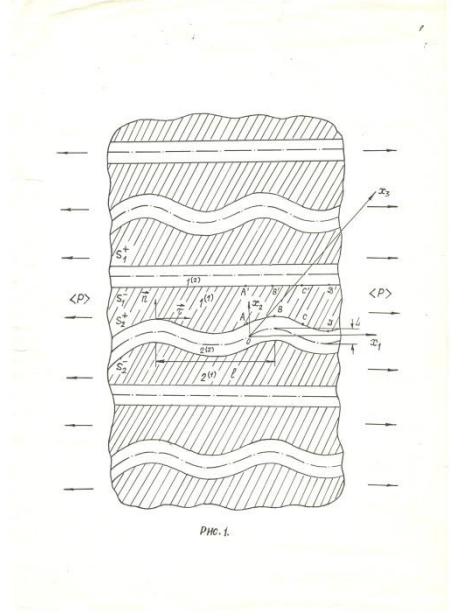
$$\sigma_{33} = \nu \sigma_{11}$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E} (-\nu \sigma_{11} - \nu^2 \sigma_{11}) = -\frac{\nu(1+\nu)}{E} \sigma_{11}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{E} (-\nu \sigma_{11} - \nu^2 \sigma_{11}) = -\frac{\nu(1+\nu)}{E} \sigma_{11}$$

$$\varepsilon_{11}^{(1),0} = \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{E^{(2)}} \sigma_{11}^{(2),0}$$

$$E_{22}^{(1),0} = -\frac{\nu^{(1)}(1+\nu^{(1)})}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1),0} \quad E_{11}^{(2),0} = \frac{1 - (\nu^{(2)})^2}{E^{(2)}} \sigma_{11}^{(2),0}$$



$$E_{22}^{(2),0} = -\frac{-\nu^{(2)}(1+\nu^{(2)})}{E^{(2)}} \sigma_{11}^{(2),0}$$

$$\begin{cases} \sigma_{22}^{(1),0} = \sigma_{22}^{(2),0} \\ \sigma_{12}^{(1),0} = \sigma_{12}^{(2),0} \end{cases} \quad \begin{cases} U_1^{(1),0} = U_1^{(2),0} \\ U_2^{(1),0} = U_2^{(2),0} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{11}^{(1),0} = \varepsilon_{11}^{(2),0} \Rightarrow \frac{1-(\nu^{(1)})^2}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1),0} = \frac{1-(\nu^{(2)})^2}{E^{(2)}} \sigma_{11}^{(2),0}$$

$$\varepsilon_{11}^{(2),0} = \frac{\frac{1-(\nu^{(1)})^2}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1),0}}{\frac{1-(\nu^{(2)})^2}{E^{(2)}}} = \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \frac{1-(\nu^{(1)})^2}{1-(\nu^{(2)})^2} \sigma_{11}^{(1),0}$$

Məlumdur ki,

$$H^{(1)} \sigma_{11}^{(1),0} + H^{(2)} \sigma_{11}^{(2),0} = (H^{(1)} + H^{(2)}) \langle p \rangle$$

$$\frac{H^{(1)}}{H^{(1)} + H^{(2)}} \sigma_{11}^{(1),0} + \frac{H^{(2)}}{H^{(1)} + H^{(2)}} \sigma_{11}^{(2),0} = \langle p \rangle$$

$$\eta_1 \sigma_{11}^{(1),0} + M_2 \sigma_{11}^{(2),0} = \langle p \rangle \quad \eta_k = \frac{H^{(k)}}{H^{(1)} + H^{(2)}}$$

$\sigma_{11}^{(2),0}$  -in yuxarıdakı ifadəsini nəzərə alsaq,

$$\eta_1 \sigma_{11}^{(1),0} + \eta_2 \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \cdot \frac{1-(\nu^{(1)})^2}{1-(\nu^{(2)})^2} \cdot \sigma_{11}^{(1),0} = \langle p \rangle$$

$$\eta_{11}^{(1),0} = \langle p \rangle \cdot \left( \eta_1 + \eta_2 \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \cdot \frac{1-(\nu^{(1)})^2}{1-(\nu^{(2)})^2} \right)^{-1}$$

$$\frac{\delta u_1^{(1),0}}{\delta x_1^{(1)}} = \varepsilon_{11}^{(1),0} = \frac{1-(\nu^{(1)})^2}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1),0}$$

$$U_1^{(k),0} = \frac{1-(\nu^{(k)})^2}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(k),0} \cdot x_1^{(k)} + C_k \quad k=1,2..$$

$$\frac{\delta u_2^{(1),0}}{\delta x_2^{(1)}} = \varepsilon_{22}^{(1),0} = -\frac{\nu^{(1)}(1+(\nu^{(1)}))}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1),0}$$

$$U_2^{(k),0} = -\frac{\nu^{(k)}(1+(\nu^{(k)}))}{E^{(k)}} \sigma_{11}^{(k),0} \cdot x_2^{(k)} + C_k \quad k=1,2.$$

Sadəlik üçün yuxarıdakı ifadələrdə layların işarələnməsi nəzərə alınmamışdır. Bunu nəzərə alsaq, nəticədə alarıq.

$$\begin{aligned}
\sigma_{11}^{(1)m,0} &= \langle P \rangle (\eta^{(1)} + \eta^{(2)} \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \cdot \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{1 - (\nu^{(2)})^2})^{-1} \\
\sigma_{11}^{(2)m,0} &= \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \cdot \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{1 - (\nu^{(2)})^2} \cdot \sigma_{11}^{(1),0} \\
\sigma_{12}^{(k)m,0} &= \sigma_{22}^{(k)m,0}; U_1^{(k)m,0} = \frac{(1 - \nu^{(k)})^2}{E^{(k)}} \cdot \sigma_{11}^{(k)m,0} x_{1m}^{(k)} \\
U_2^{(k)m,0} &= -\frac{\nu^{(k)}(1 + \nu^{(k)})}{E^{(k)}} \sigma_{11}^{(k)m,0} X_{2m}^{(k)} + C^{(k)m} \\
C^{(k)m} &= \text{const.} \\
\eta^{(k)} &= \frac{H^{(k)}}{H^{(1)} + H^{(2)}}; k = 1, 2
\end{aligned} \tag{4}$$

$E^{(k)}$  Yunq modulu,  $\nu^{(k)}$  Puasson əmsalındır. Aşağıdakı işarəmələri apararaq.

$$\begin{aligned}
\sigma_{11}^{(1),0} = \sigma_{11}^{(1),1,0} = \sigma_{11}^{(1),2,0}; \sigma_{11}^{(2),0} = \sigma_{11}^{(2),1,0} = \sigma_{11}^{(2),2,0} \\
\alpha = \frac{2\pi}{l}; X_{1m}^{(1)} = X_{1m}^{(2)} = X_1
\end{aligned} \tag{5}$$

Birinci, ikinci və s. yaxınlaşmalarına baxmaq olar. Eynifazlı lay üçün kompozit materiallarda gərginlik deformasiya vəziyyətini tədqiq edək. (1), (2) və (3)-dən istifadə edib, istənilən lay üçün gərginlik-deformasiya vəziyyətini xarakterizə edən kəmiyyəti müəyyən parametrinə nəzərən aşağıdakı kimi sıralar şəklində apararaq.

$$\sigma_{ij}^{(k)} = \sum_{n>0} \varepsilon^n \sigma_{ij}^{(k),n}; e_{ij}^{(k)} = \sum_{n>0} \varepsilon^n e_{ij}^{(k),n}; u_i^{(k)} = \sum_{n>0} \varepsilon^n u_i^{(k),n}$$

Hər bir yaxınlaşma üçün uyğun komfaktlıq və sərhəd şərtlərini alsaq qapalı tənliklər sistemini almış olarıq. 0-cı yaxınlaşma bütün layları ideal yerləşmiş kompozit materialların gərginlik deformasiya vəziyyətinə uyğun olacaq.

Ədədi nəticələrin analizinə baxaq. Aparıcı layın materialının mexaniki xarakteristikalarını  $E^{(2)}, \nu^{(2)}$ , əlaqələndirici layın mexaniki xarakteristikalarını isə  $E^{(1)}, \nu^{(1)}$  ilə işarə edək.  $\nu = 2\pi H^{(2)} / l$  parametrini daxil edək, onu əyilmə formasının parametri adlandıraraq. Qəbul edək ki,  $\nu^2 = \nu^1 = 0,5$

Əyiriləri  $H^{(1)} / H^{(2)} = 1,5; 2,4$   $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$   $\nu = 0,3$ ,  $\varepsilon = 0,015$  olduqda  $\sigma_{nn} / \sigma_{11}^{(1),0}$ ,  $\sigma_{n\varepsilon} / \sigma_{11}^{(1),0}$ ,  $\sigma_{22} / \sigma_{11}^{(1),0}$  və  $\sigma_{12} / \sigma_{11}^{(1),0}$  ilə  $t_1(\alpha x_1)$  arasındakı asılılığı xarakterizə edir. Bu halda aşağıdakı işarələmələr qəbul olunur.  $\sigma_{nn}$ ,  $S^+$  səthinə çəkilmiş  $\bar{n}$  normal vektoru istiqamətində normal gərginlik,  $\sigma_{n\varepsilon}$  isə  $S^+$  səthinə çəkilmiş toxunan gərginlikdir.  $\sigma_{22}$   $S_1^+$  səthinə  $x_2$  oxu istiqamətində normal gərginlik  $\sigma_{12}$   $S_1^+$  səthinə çəkilmiş toxunan gərginlikdir.  $\sigma_{11}^{(1),0}$  əlaqələndirici laya  $ox_1$  oxu istiqamətində 0-cı yaxınlaşmada normal gərginlikdir. Göstərmək olar ki,  $\sigma_{nn}(\sigma_{22})$  normal gərginlikləri mütləq maksimal qiymətlərini  $A(A_1)$  və  $C(C_1)$  nöqtələrində,  $\sigma_{n\varepsilon} - (\sigma_{12})$  toxunan dəqiqlikləri isə mütləq maksimal qiymətlərini  $B(B_1)$  nöqtələrində alır. Ona görə də  $H^{(1)} \setminus H^{(2)}$  azaldıqda baxılan normal gərginliklər artar, toxunan gərginliklərin qiymətləri isə azalar.

$\sigma_{nn}$ ,  $\sigma_{22}^{(1)}$  normal gərginlikləri  $\sigma_{nr}$ ,  $\sigma_{11}^{(1)}$  toxunan gərginliklərini layların ayrılma səthlərində mövcud olduqlarından kompozit materialın möhkəmliyi bir çox hallarda bu dəqiqliklərin qiymətlərindən asılıdır.

## ƏDƏBİYYAT

1. Акбаров С.Д., Алиев С.А. О распределении самоуравновешенных напряжений в слоевом композитном материале с частичными искривлениями в структуре // Тр. XI науч. Конф. Молодых ученых Ин-та механики АН УССР. Киев, 1986. с.428-433, Деп. в ВИНТИ 30.05.85, № 5507-В86 Дееп.
2. Алиев С.А. Влияние реологических параметров материала матрицы на распределение самоуравновешенных напряжений в слоевом композитном материале с частичными искривлениями в структуре // Изв. АН. Аз. ССР. Сер. Физ. техн. И матем. Наук, 1991, № 1.

## ABSTRACT

**Sahib Aliyev, Elshad Agayev, Safa Aliyev**

### **The stress-strain state in composite materials phase periodic layers**

The article is based on a three-dimensional linear elastic part of the model equations are considered homogeny environments. With the parameters of multilayer matrix composite materials by bending the layers cumfazy in the cycle is to study the effect of its own offset voltage. According to the test material "forever" tightened evenly distributed over the layers of normal forces. Suppose kompozitnyx material, homogeneous and isotropic, the matrix layers are arranged on a plane  $X_1OX_2$ . The thickness of each layer is stable to the point of contact between the layers and layers of appropriate reward system. For this "forever" reading  $Ox_1 p$  depends on the intensity of the forces, as a rule, are regularly distributed. It is assumed that the layer is independent of the bending coordinate  $X_3$ . It is produced using Hooke equilibrium equations as the phase relationship between the law and the Cauchy strain deformation condition of composite materials for the case is listed for the 0-th approximation. The first, second, etc. may be closer to the three.

## РЕЗЮМЕ

**Сахиб Алиев, Элшад Агаев, Сафа Алиев**

### **Напряженно-деформированного состояния в композитных материалах синфазно периодические слоями**

В статье, часть трехмерных линейных уравнений упругих рассматриваются на основе однородной среды. С помощью параметров многослойных матричных композитных материалов посредством изгиба слоев синфазы в периодические является изучение эффекта собственных композитных напряжений. Согласно исследуемому материалу "бесконечности" затянуты равномерно распределены по слоям нормальных сил. Предположим, что композитных материал, однородным и изотропным, матричные слои расположены на плоскости  $X_1OX_2$ . Толщина каждого слоя стабильна с точки контакта между слоями и слоями соответствующей системы вознаграждения. Для этого "бесконечности" осевое направление  $Ox_1 p$  зависит от интенсивности сил, как правило, регулярно распространяться. Предполагается, что слой не зависит от изгиба координат  $X_3$ . Он производится с использованием уравнений равновесия, закон Гук и фазовые соотношения между законом и Коши деформации состояния композиционных материалов для случая перечислен для 0-го приближения. Первый, второй и т.д., может быть ближе к трем.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

**RÖVŞƏN HƏSƏNOV**

*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

*E-mail:h\_rovshan 51@rambler.ru*

UOT:372.8:512

## PİLLƏLİ MATRİSİN XƏTTİ CƏBRDƏ YERİ VƏ ROLU HAQQINDA

**Açar sözlər:** *pilləli matris, vektorlar sistemi, xətti tənliklər sistemi, matrisin rəngi, xətti cəbr məsələləri*

**Key words:** *speed matrix, the system of vector, the system of linear equation, rank matrix, linear algebrir sums*

**Ключевые слова:** *ступенчатый матриц, система векторов, система линейных уравнений, ранг матрицы, задачи линейных алгебр*

Pilləli matris xətti cəbrdə həll edilən və əsaslandırılan bir sıra məsələlərdə istifadə edilən mühüm riyazi anlayışdır. Təqdim olunan işdə məqsəd pilləli matris aparatı ilə matrislərin tədqiqi, xətti tənliklər sisteminin həllinin tapılması, determinantların hesablanması və s. kimi məsələlərin həlli metodikasını ümumi aspektdə öyrənməkdir.

Tutaq ki,

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \dots & \alpha_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \dots & \alpha_{mn} \end{bmatrix}$$

F meydanı üzərində verilmiş  $m \times n$  ölçülü matrisdir. Matrisin sətirinin soldan sağa birinci sıfırdan fərqli elementinə həmin sətir həlledici elementi deyilir. Matrisin hər hansı sətirinin həlledici elementini saxlayan sütununa, matrisin əsas sütunu deyilir.

A matrisi aşağıdakı şərtləri ödəyirsə, ona pilləli matris deyilir:

1) A matrisinin sıfır sətirləri varsa, onda onlar bütün sıfırdan fərqli sətirlərdən aşağıda yerləşirlər;

2) Əgər  $\alpha_{1k_1}, \alpha_{2k_2}, \dots, \alpha_{rk_r}$  A matrisinin sıfır olmayan sətirlərinin həlledici elementlədirsə, onda  $k_1 < k_2 < \dots < k_r$  olur.

Verilmiş matrisin sətirləri (sütunları) sistemi üzərində elementar çevirmələr aparmaq olar. Bir matris digərindən sətiri (sütunu) elementar çevirmələr zəncirinin köməyi ilə alınarsa bu iki matrisə sətiri-ekvivalent (sütuni-ekvivalent) matrislər deyilir.

Pilləli matris aparatından bir sıra cəbri məsələlərin həllində istifadə etməyə aşağıdakı teorem [1,5.3.2] yol açır.

**Teorem.** İstənilən  $m \times n$  ölçülü matris hər hansı  $m \times n$  ölçülü pilləli matrisə sətiri ekvivalentdir.

Pilləli matris aparatından istifadə etməklə həll olunan bir sıra məsələləri şərh edək.

**1. Matrisin rənginin tapılması.** Pilləli matris aparatından istifadə edilərək, matrisin rənginin tapılması qaydası aşağıdakı teoremə əsaslanır [1,5.3.3.].

**Teorem.** Pilləli matrisin sətiri rəngi onun sıfırdan fərqli sətirlərinin sayına bərabərdir.

Matrisin rənginin bu teoremə əsaslanan tapılması qaydası aşağıdakı kimidir.

Qayda 1. A matrisinin sətiri rəngini hesablamaq üçün, onu sətiri elementar çevirmələr vasitəsilə pilləli C matrisinə çevirmək lazımdır. A matrisinin rəngi C matrisinin sıfırdan fərqli sətirlərinin sayına bərabərdir.

Misal 1. 
$$\begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 & 4 & -1 \\ -6 & 9 & -1 & -2 & -6 \\ 4 & 6 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

matrisinin ranqını tapın.

Həlli. A matrisini elementar çevirmələrlə pilləli şəkə gətirək:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 & 4 & -1 \\ -6 & 9 & -1 & -2 & -6 \\ 4 & 6 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 & 1 & -3 \\ 0 & -11 & -6 & 8 & -13 \\ 0 & 27 & 11 & -8 & 24 \\ 0 & -6 & -7 & 16 & -15 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 & 1 & -3 \\ 0 & -11 & -6 & 8 & -13 \\ 0 & -6 & -7 & 16 & -15 \\ 0 & -6 & -7 & 16 & -15 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 8 & -24 & 18 \\ 0 & -6 & -7 & 16 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 8 & -24 & 18 \\ 0 & 0 & 41 & -128 & 123 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

Belə ki, 1-ci keçiddə 1-ci sətir 4, -6 və 4-ə vurularaq uyğun olaraq 2-ci, 3-cü və 4-cü sətirlərə əlavə edilmişdir; 2-ci keçiddə 2-ci sətir 3-ə vurularaq, 3-cü sətirə əlavə edilmişdir; 3-cü keçiddə 3-cü sətir -2 və 1-ə vurularaq uyğun olaraq 2-ci və 4-cü sətirə əlavə edilmişdir; 4-cü, keçiddə 2-ci sətir 6-ya vurulub 3-cü sətirə əlavə edilmişdir.

Alınmış pilləli matrisin sıfırdan fərqli sətirlərinin sayı 3-ə bərabər olduğundan,  $r(A)=3$  olur.

## 2. Vektorlar sisteminin xətti asılılığının müəyyən edilməsi və hər hansı bazisinin tapılması.

Tutaq ki,  $V$  verilmiş  $F$  meydanı üzərində vektor fəzasıdır.  $V$  fəzasının  $a_1, a_2, \dots, a_k$  vektorları sisteminə,  $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \dots + \lambda_k a_k = 0$  bərabərliyini ödəyən və heç olmasa bir sıfırdan fərqli olan  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k \in F$  skalyarları mövcud olduqda, xətti asılı vektorlar sistemi deyilir. Əks halda, yəni  $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \dots + \lambda_k a_k = 0$  bərabərliyi, ancaq və ancaq  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_k = 0$  bərabərlikləri ödənildikdə, doğru olarsa,  $a_1, a_2, \dots, a_k$  vektorlar sistemi xətti asılı olmayan sistem adlanır.

Vektorlar sisteminin xətti asılılığının müəyyən edilməsində aşağıdakı teorem [1,5.1.8] və xassəyə [1,5.1.1] istinad edirik.

**Teorem.** Əgər bir sonlu VS (vektorlar sistemi) digər VS-dən elementar çevirmələr zənciri nəticəsində alınarsa, onda bu iki VS ekvivalentdir.

Xassə. Sıfır vektor saxlayan vektorlar sistemi xətti asılıdır.

Pilləli vektorlar sistemi anlayışını verək.

Sonlu vektorlar sisteminə, əgər bu vektorların qeyd olunmuş bazisə nəzərən koordinat sətirlərindən (sütunlarından) təşkil olunmuş matris pilləli matrisdirsə, pilləli vektorlar sistemi deyilir.

Qayda 2. Vektorlar sistemini ona ekvivalent olan pilləli vektorlar sisteminə çeviririk. Alınmış pilləli sistem sıfır vektor saxlayırsa, onda verilmiş vektorlar sistemi xətti asılıdır. Pilləli sistemin sıfır olmayan vektorlarına uyğun vektorlardan ibarət VS bazis olur.

### Misal 2.

$$a_1 = (1,0,0,2,5), a_2 = (0,1,0,3,4), a_3 = (0,0,1,4,7), a_4 = (2, -3,4,11,12)$$

Vektorlar sistemi xətti asılıdır mı? Sistemin hər hansı bazisini tapın.

Həlli verilmiş sistemə ekvivalent olan pilləli vektorlar sistemini tapan.

$$\begin{matrix} a_1 = (1,0,0,2,5), & (1,0,0,2,5), \\ a_2 = (0,1,0,3,4), & (0,1,0,3,4), \\ a_3 = (0,0,1,4,7), & (0,0,1,4,7), \\ a_4 = (2, -3,4,11,12), & (0, -3,4,7,2), \\ (1,0,0,2,5), & (1,0,0,2,5), \\ (0,1,0,3,4), & (0,1,0,3,4), \\ (0,0,1,4,7), & (0,0,1,4,7), \\ (0,0,4,16,14), & (0,0,0,0, -14). \end{matrix}$$

Beləki: 1-ci keçiddə 1-ci vektor, -2-yə vurulub, 4cü vektorla, 2-ci keçiddə 2-ci vektor 3-ə vurulub 4-cü vektorla, 3-cü keçiddə 3-cü vektor -4-ə vurulub 4-cü vektorla cəmlənmişdir.

Nəticədə alınmış pilləli matris sıfır vektor saxlanılmır. Pilləli vektorlar sistemi xətti asılı

deyildir. Verilmiş vektorlar sistemi həmin sistemin bazisi olur.

**3. Matrisin tərslənmə olmasının müəyyən edilməsi.** Cəbrdən məlumdur ki, [1.6.2.8] istənilən A kvadrat matrisinin tərslənmə olması, A matrisinin sətirlərinin (sütunlarının) xətti asılı olmaması ilə eynigüclüdür. Göstərilən məsələni həll etmək üçün, aşağıdakı qaydadan istifadə etmək olar.

Qayda 3. A kvadrat matrisi C pilləli matrisinə gətirilir. C matrisinin sıfır sətirləri yoxdursa, B matrisi tərslənmədir, əks halda A matrisinin tərsi yoxdur.

Misal 3. Matrisin tərslənmə olmadığını göstərin.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 7 & 9 \\ 7 & 5 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 7 & 7 & 9 \\ 0 & -44 & -48 & -64 \\ 0 & -26 & -29 & -39 \\ 0 & 8 & 10 & 14 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 7 & 7 & 9 \\ 0 & -11 & 12 & 16 \\ 0 & -26 & -29 & -39 \\ 0 & 4 & 5 & -7 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 7 & 7 & 9 \\ 0 & 11 & 12 & 16 \\ 0 & -4 & -5 & -7 \\ 0 & 4 & 5 & 7 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 7 & 7 & 9 \\ 0 & 11 & 12 & 16 \\ 0 & -4 & -5 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Belə ki: 1-ci keçiddə 1-ci sətir -7-yə, -4-ə və 1-ə vurularaq, uyğun olaraq 2-ci, 3-cü və 4-cü sətirə əlavə edilmişdir; 2-ci keçiddə 2-ci sətir -1-ə, 4-cü sətir  $\frac{1}{2}$ -ə vurulmuşdur; 3-cü keçiddə 2-ci sətir 2-yə vurularaq 3-cü sətirə əlavə edilmişdir; 4-cü keçiddə 3-cü sətir dördüncü sətirə əlavə edilmişdir. Alınmış matrisdə sıfır sətir olduğundan, matrisin sətirləri xətti asılıdır. Deməli, verilmiş matris tərslənmə deyildir.

**4. Determinantın hesablanması.** Kvadrat matrisin determinantını hesablayarkən, matrisin pilləli şəkli gətirilməsi onun determinantını hesablamağa imkan verir. Bu zaman determinantın xassələrindən alınan nəticədən [1,6.4.5.] istifadə olunur.

Nəticə. Matrisin hər hansı sütunu (sətiri) üzərinə digər sütunların (sətirlərin) xətti kombinasiyasını əlavə etsək, matrisin determinantı dəyişməz.

Bundan sonra aşağıdakı təklifdən istifadə olunur, [1, 6.4.3.]

Üçbucaq matrisin determinantı onun baş diaqonal elementlərinin hasilinə bərabərdir.

Qayda 4. Kvadrat matrisin determinantın hesablamaq üçün, matrisi pilləli şəkli gətiririk. Pilləli matrisin baş diaqonal elementlərinin hasilini axtarılan cavabdır.

Qeyd edək ki, matrisi pilləli matrisə gətirmək üçün istifadə olunan elementar çevirmələr çox vaxt tələb etməsə bu qaydadan istifadə etmək olar. Cəbrdə bu qaydaya, üçbucaq şəkli gətirməklə determinantın hesablanması üsulu deyilir.

Misal 4. Determinantı hesablayın:

$$\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & a + x_1 & a & a \\ a & a & a + x_2 & a \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a & a & a & a + x_{n-1} \end{vmatrix}$$

Həlli. Birinci sətiri (-1)-ə vurub qalan sətirlərə əlavə edib və üçbucaq matrisin determinantı haqda təklifdən istifadə edilir.

$$\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & a + x_1 & a & a \\ a & a & a + x_2 & a \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a & a & a & a + x_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & a & a & a \\ 0 & x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_2 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & x_{n-1} \end{vmatrix} = ax_1x_2 \dots x_{n-1}$$

**5. Xətti tənliklər sisteminin həll edilməsi.** Tutaq ki, xətti tənliklər sistemi verilmişdir:

$$\begin{aligned} \alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_{1n} x_n &= \beta_1 \\ \dots & \dots \\ \alpha_{m1} x_1 + \dots + \alpha_{mn} x_n &= \beta_m \end{aligned} \quad (1)$$

Tutaq ki,

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \dots & \alpha_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \dots & \alpha_{mn} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \dots & \alpha_{1n}\beta_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \dots & \alpha_{mn}\beta_1 \end{bmatrix}$$

A matrisi (1) sisteminin əsas matrisi, B matrisi isə genişlənmiş matrisi adlanır. Xətti tənliklər sisteminə, əgər bu sistemin genişlənmiş matrisi sıfır sətirləri olmayan pilləli matrisdirsə, pilləli XTS deyilir.

Pilləli matrisə əgər onun əsas sütunlarından düzəldilmiş matris vahid matris olarsa, gətirilmiş pilləli matris deyilir.

Xətti tənliklər sisteminə, əgər onun genişlənmiş matrisi, gətirilmiş pilləli matris olarsa, gətirilmiş pilləli XTS deyilir.

Məlumdur ki, istənilən sıfır olmayan matris gətirilmiş pilləli matrisə sətri ekvivalentdir [1,5.3.4].

Qayda 5. (1) tənliklər sistemi elementar çevirmələrin köməyi ilə sıfır sətir olmayan pilləli sistemə gətirilir.

$A^l, \dots, A^r$  sütunları A əsas matrisinin sütunları sisteminin bazisi olsun.

Əgər alınmış pilləli sistemdə axırıncı tənlik

$$0 \cdot x_1 + \dots + 0 \cdot x_n = \beta, \text{ (burada } \beta \neq 0 \text{)}$$

şəklində olarsa, onda alınmış pilləli tənliklər sistemi və onunla eynigüclü olan (1) tənliklər sistemi birgə deyildir. Əgər alınmış pilləli sistemin axırıncı tənliyində sıfırdan fərqli əmsallar varsa, onda alınmış pilləli sistem və onunla eynigüclü (1) sistemi birgədir.

Alınmış pilləli sistemdən elementar çevirmələrin köməyi ilə gətirilmiş pilləli tənliklər sisteminə keçirik.

$$\begin{array}{l} x_1 \quad -\gamma_{1r} + x_{r+1} \dots \dots \dots \quad -\gamma_{1n}x_n = \delta_1, \\ x_2 \quad -\gamma_{2r} + x_{r+1} \dots \dots \dots \quad -\gamma_{2n}x_n = \delta_2, \\ \dots \dots \dots \quad \dots \dots \dots \quad \dots \dots \dots \\ x_r \quad -\gamma_{rr} + x_{r+1} \dots \dots \dots \quad \gamma_{rn}x_n = \delta_r \end{array} \quad (2)$$

(2) sistemi birgədir və (1) ilkin tənliklər sistemilə eynigüclüdür. Əgər burada  $r=n$  olarsa, onda (2) tənliklər sistemi (və (1) sistemi) yeganə  $(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$  həllinə malikdir. Əgər  $r(A) = r(B) < n$  olarsa, onda (2) sistemi

$$\begin{array}{l} x_1 = \gamma_{1r}x_{r+1} + \dots + \gamma_{1n}x_n + \delta_1, \\ x_2 = \gamma_{2r}x_{r+1} + \dots + \gamma_{2n}x_n + \delta_2, \\ \dots \dots \dots \quad \dots \dots \dots \\ x_r = \gamma_{rr}x_{r+1} + \dots + \gamma_{rn}x_n + \delta_r \end{array} \quad (3)$$

sistemi ilə eynigüclüdür. (3) tənliklər sistemi baş məchullar adlanan  $x_1, \dots, x_r$  məchullarının sərbəst məchullar adlanan  $x_{r+1}, \dots, x_n$  məchulları ilə aşkar ifadəsini verir. (3) tənliklərində  $x_{r+1}, \dots, x_n$  sərbəst məchullarına skalyarlar meydanında ixtiyari qiymətlər verərək baş məchullarının uyğun qiymətlərini alırıq. Bu qayda ilə (1) sisteminin ixtiyari həllini alırıq. Ona görə də

$$(\gamma_{1r+1}x_{r+1} + \dots + \gamma_{1n}x_n + \delta_1, \dots, \gamma_{rr-1}x_{r+1} + \dots + \gamma_{rn}x_n + \delta_r, x_{r+1}, \dots, x_n) \quad (4)$$

vektoru (1) sisteminin ümumi həlli olur.

Qeyd edək ki, göstərdiyimiz qayda xətti tənliklər sisteminin həllinin tapılmasının məchulların ardıcıl aradan çıxarılması və ya Qanss üsulu adlanır.

Misal 5. Xətti tənliklər sisteminin rasional ədədlər meydanında ümumi həllini tapın:

$$\begin{array}{l} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2, \end{array}$$

Həlli. Verilmiş xətti tənliklər sistemini gətirilmiş pilləli sistemə çevirək.

$$\begin{array}{l} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \quad x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0, \quad x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1, \quad \sim \quad 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1, \quad \sim \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2, \quad 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \end{array}$$



$$\begin{array}{l}
x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\
2x_2 \quad 2x_4 = -2, \\
-5x_2 + 5x_3 - 5x_4 = -5, \\
-3x_2 + 3x_3 - 3x_4 = -3, \\
\sim \\
x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\
x_2 \quad -x_4 = -1, \\
x_3 - 2x_4 = -2, \\
\sim \\
x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\
x_2 \quad -x_4 = -1, \\
-2x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\
\sim \\
x_1 + x_2 - x_4 = 0, \\
x_2 \quad -x_4 = -1, \\
x_3 - 2x_4 = -2, \\
\sim \\
x_1 = 0, \\
x_2 \quad -x_4 = -1, \\
x_3 - 2x_4 = -2.
\end{array}$$

Buradan alırıq:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = x_4 - 1, \quad x_3 = 2x_4 - 2$$

Ümumi həll. (1, c-1, 2c-2, c) olur, burada  $c \in 0$

### 6. Bircins xətti tənliklər sisteminin fundamental həllər sisteminin tapılması.

Tutaq ki, F meydanı üzərində

$$\alpha_{i1}x_1 + \dots + \alpha_{in}x_n = 0 \quad (i = 0, r^l, \dots, m) \quad (1)$$

bircins xətti tənliklər sistemi verilmişdir.

Məlumdur ki, xətti bircins tənliklər sisteminin fundamental həllər sistemi, onun həllər çoxluğunun elə xətti asılı olmayan alt çoxluğuna deyilir ki, bütün qalan hər bir həll bunlar vasitəsilə xətti ifadə edilə bilsin.

Aşağıdakı teorem ([1,5.3.12]) (1) tənliklər sisteminin fundamental həllər sistemini tapmağa imkan verir.

**Teorem.** Əgər (1) bircins xətti tənliklər sisteminin A əsas matrisinin r rənqı məchulların n sayından kiçikdirsə, onda (1) sistemi  $n - r$  sayda həllərdən ibarət olan fundamental həllər sisteminə malik olur.

Qeyd edək ki, əgər A əsas matrisi sıfır matrisidirsə onda  $F^n$ -dən götürülmüş n sayda xətti asılı olmayan ixtiyari vektorlar sistemi fundamental həllər sistemi olur. Əgər  $r(A)=n$  olarsa, onda (1) tənliklər sisteminin fundamental həllər sistemi yoxdur.

$r(A) = r$  və  $0 < r < n$  olan halda fundamental həllər sisteminin tapılması qaydası belədir.

**Qayda 6.** Hesab edək ki, A matrisinin ilk r sütunları xətti asılı deyildir. Bu halda A matrisi gətirilmiş pilləli matrisə sətri ekvivalentdir, (1) sistemi aşağıdakı gətirilmiş pilləli tənliklər sisteminə ekvivalentdir:

$$\begin{array}{l}
x_1 - \dots - \gamma_{1r}x_{r+1} - \dots - \gamma_{1,n-r}x_n = 0, \\
x_2 - \dots - \gamma_{2r}x_{r+1} - \dots - \gamma_{2,n-r}x_n = 0, \\
\text{.....} \\
x_r - \gamma_{r1}x_{r+1} - \dots - \gamma_{r,n-r}x_n = 0
\end{array} \quad (2)$$

(2) sistemində sərbəst məchulların birinə 1-ə bərabər, qalanlarına sıfır qiymətlər verək. Nəticədə (2) tənliklər sisteminin n-r sayda həllərini alırıq.

$$\begin{array}{l}
l_1 = (\gamma_{11}, \gamma_{21}, \dots, \gamma_{r1}, 1, 0, \dots, 0), \\
l_2 = (\gamma_{12}, \gamma_{22}, \dots, \gamma_{r2}, 0, 1, \dots, 0), \\
\text{.....} \\
l_{n-r} = (\gamma_{1,n-r}, \gamma_{2,n-r}, \dots, \gamma_{r,n-r}, 0, 0, \dots, 1),
\end{array} \quad (3)$$

(3) vektorlar sistemi (1) tənliklər sisteminin fundamental həllər sistemidir.

Misal 6. Bircins xətti tənliklər sisteminin fundamental həllər sistemini tapın:

$$\begin{array}{l}
3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 - 9x_5 = 0 \\
9x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\
4x_1 + x_2 + 2x_3 \quad - 3x_5 = 0
\end{array}$$

Həlli. Verilmiş tənliklər sisteminin əsas matrisini gətirilmiş pilləli matris şəklinə gətirək:

$$\sim \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & -2 & -9 \\ 9 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 & -3 \\ -1 & 0 & -1 & -2 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -16 & -54 \\ 0 & 1 & -2 & -8 & -27 \end{bmatrix} \stackrel{1}{\sim} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & -2 & -6 \\ 9 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 & -3 \\ -1 & 0 & -1 & -2 & -6 \\ 0 & 1 & -2 & -8 & -27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \stackrel{2}{\sim} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & -2 & -6 \\ 0 & 1 & -2 & -8 & -27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \stackrel{3}{\sim} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & -2 & -6 \\ 0 & 1 & -2 & -8 & -27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Burada: 1-ci keçiddə 3-cü sətir (-1)-ə vurulub 1-ci sətərə əlavə edilmişdir; 2-ci keçiddə 1-ci sətir 9 və 4-ə vurulub, uyğun olaraq 2-ci və 3-cü sətirə əlavə edilmişdir; 3-cü keçiddə 2-ci sətir  $(\frac{1}{2})$ -ə vurulub.

Onda verilmiş tənliklər sistemi aşağıdakı gətirilmiş pilləli tənliklər sisteminə ekvivalent olar.

$$\begin{aligned} -x_1 + x_3 - 2x_4 - 6x_5 &= 0 \\ x_2 - 2x_3 - 8x_4 - 27x_5 &= 0 \end{aligned}$$

Bu sistemdə, sərbəst məchullara  $x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0$ ;  $x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0$  və  $x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1$  qiymətlərini verərək fundamental həllər sistemini alırıq

$$e_1 = (-1, 2, 1, 0, 0); e_2 = (-2, 8, 0, 1, 0), e_3 = (-6, 27, 0, 0, 1).$$

## ƏDƏBİYYAT

1. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел: Учеб. Пособие для педагогических институтов. М.: Высш. школа, 1979, 559 с.
2. Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. М., Просвещение, 1993, 288 с.
3. Сборник задач по алгебре: Учеб. пособие/ Под. ред. А.И. Кострикина. М., Факториал, 1995, 454 с.
4. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел. Мн: Выш.школа, 1982, 223 с.

## ABSTRACT

**Rovshan Hasanov**

### About the place and role of matrix in linear algebra

Speed matrix is an important concept that is used in the solution of linear algebra. In provided issue some biner algebraic sums: the solving methods of solution of rank matrix, lesing of the system of vectors, to find solution of the system of linear equatiron, to find the fundammental solution of homogeneous line ar equations, the caculation of determinants, that demends solution of speed matrix is turned into commen aspect. Solirng methods of shown sums are substantiated, rvütten in a short way and explouned by sums.

## РЕЗЮМЕ

**Ровшан Гасанов**

### О месте и роли ступенчатой матрицы в линейной алгебре

Ступенчатая матрица является важным понятием, применяемым линейной алгеброй в решении ряд задач. В представленной работе методика решения, требующего найти ступенчатой матрицы для ряд задач лиейных алгебры (нахождение ранга матрицы, исследование системы векторов, нахождение решения системы линейных уравнений, вычисление детерминантов, нахождение системы фундаментальных решений системы однородных линейных уравнений , и др.) изучены в общих аспектах.

Автор обосновывал правила решения в сжатой форме и откомментированы примерами.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

Məqaləni çapa təqdim etdi: *Fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent*  
F.Qocayev

MİRYASİN EMİNOV  
Naxçıvan Dövlət Universiteti

UOT: 517.3

## QEYRİ-MÜƏYYƏN İNTEQRALLARI HESABLAMAQ ÜÇÜN QEYRİ-ƏNƏNƏVİ METOD

*Açar sözlər:* Qeyri-müəyyən inteqral, metod, şərt, funksiya

*Key words:* Indefinite integral, method, condition, function

*Ключевые слова:* Неопределенный интеграл, метод, условия, функция

Məqalədə qeyri-müəyyən inteqralları hesablamaq üçün tamamilə yeni bir metod təklif edilmişdir. Metod əsaslandırılmış bir çox funksiyalar sinfinə tətbiq olunmuşdur. Bu misalların hər biri başqa metodlarla çox çətinliklə həll oluna bilər. Metodun köməyi ilə inteqralaltı ifadəni təşkil edən toplananların da inteqrallarını hesablamaq adətən mümkün olur.

Tutaq ki,

$$\int \left( \frac{f(x)}{g(x)} + \frac{g(x)}{f(x)} \right) dx$$

inteqralını hesablamaq lazımdır.

**Teorem.1.**  $f(x)$  və  $g(x)$  funksiyaları

$$f(x)^2 + g(x)^2 = \frac{A}{2} (f(x)^2 g(x)^2)' \quad (1)$$

bərabərliyini ödəyirsə

$$2 \int \frac{f(x)}{g(x)} dx \text{ və } \int \frac{g(x)}{f(x)} dx \text{ inteqrallarından heç olmazsa biri mövcuddursa,}$$

onda o biri də mövcuddur və

$$\int \left( \frac{f(x)}{g(x)} + \frac{g(x)}{f(x)} \right) dx = Af(x)g(x) + C \quad (2)$$

bərabərliyi doğrudur. Burada  $A$  parametrdir.

İsbatı . Fərz edək ki,  $f(x)$  funksiyası veriləndir. (1) şərtini ödəyən  $g(x)$  funksiyasının nə şəkildə olduğunu tapan. Bununla teoremi də isbat etmiş oluruq.

$g(x)^2 = y$  qəbul edək. Onda (1)

$$f(x)^2 + y = \frac{A}{2} [f(x)^2 y]' = Af(x)f'(x)y + \frac{A}{2} f(x)^2 y'$$

şəklini alar. Buradan

$$y' + 2 \frac{Af(x)f'(x) - 1}{Af(x)^2} y = \frac{2}{A} \quad \text{və ya}$$

$$y' + 2 \left[ \frac{f'(x)}{f(x)} - \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{f(x)^2} \right] y = \frac{2}{A} \quad (3)$$

alırıq. Bu  $y$ -ə nəzərən xətti tənlikdir. Onu həll etsək

$$y' + 2 \left[ \frac{f'(x)}{f(x)} - \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{f(x)^2} \right] y = 0$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{2}{A f(x)^2} - 2 \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$\ln y = \frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2} - 2 \ln |f(x)| + \ln C$$

$$\ln \left( \frac{y \cdot f(x)^2}{C} \right) = \frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2} \quad y = \frac{C(x)}{f(x)^2} e^{\frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2}} \quad (4)$$

Bunu (2)-də yerinə yazsaq

$$\frac{C'(x)}{f(x)^2} e^{\frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2}} - 2 \frac{C(x) f'(x)}{f(x)^3} e^{\frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2}} + \frac{C(x)}{f(x)^2} \cdot \frac{2}{A} \cdot \frac{1}{f(x)} e^{\frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2}} +$$

$$+ 2 \left[ \frac{f'(x)}{f(x)} - \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{f(x)^2} \right] \frac{C(x)}{f(x)^2} e^{\frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2}} = \frac{2}{A}$$

Buradan,

$$C'(x) = \frac{2f(x)^2}{A} e^{-\frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2}} \quad C(x) = \frac{2}{A} \int f(x)^2 e^{-\frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2}} dx + C_1$$

C(x)- in bu qiymətini (4)-də yerinə yazsaq,

$$y = \frac{1}{f(x)^2} e^{\frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2}} \left( \frac{2}{A} \int f(x)^2 e^{-\frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2}} dx + C \right)$$

alırıq. Aldıq ki,  $f(x)$ -lə birlikdə (1) şərtini ödəyən  $g(x)$  funksiyası

$$g(x)^2 = \frac{1}{f(x)^2} e^{\frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2}} \left( \frac{2}{A} \int f(x)^2 e^{-\frac{2}{A} \int \frac{dx}{f(x)^2}} dx + C \right) \quad (5)$$

şəklindədir. Bu çox ümumi düsturdu.

Xüsusi hallara baxaq  $\int \frac{dx}{f(x)^2} = \ln |h(x)|$  olsun. Onda

$$\frac{1}{f(x)^2} = \frac{h'(x)}{h(x)} \quad f(x)^2 = \frac{h(x)}{h'(x)} \text{ olar.}$$

Bunu (5)-də yerinə yazsaq

$$g(x)^2 = \frac{h'(x)}{h(x)} e^{\frac{2}{A} \ln |h(x)|} \left( \frac{2}{A} \int \frac{h(x)}{h'(x)} e^{-\frac{2}{A} \ln |h(x)|} dx + C \right) = \frac{h(x)}{h'(x)} \cdot h(x)^{\frac{2}{A}} \left( \frac{2}{A} \int \frac{h(x)}{h'(x)} h(x)^{-\frac{2}{A}} dx + C \right) =$$

$$= h'(x) \cdot h(x)^{\frac{2}{A}-1} \left( \frac{2}{A} \int \frac{h(x)^{1-\frac{2}{A}}}{h'(x)} dx + C \right)$$

görüldüyü kimi ən sadə hal,  $A=2$  olduqda alınır

$$\begin{cases} g(x)^2 = h'(x) \left( \int \frac{dx}{h'(x)} + C \right) \\ f(x)^2 = \frac{h(x)}{h'(x)} \end{cases}$$

Bunlar (1) şərtini ödəməlidir.

$$\begin{aligned} [f(x)^2 g(x)^2]' &= \left[ \frac{h(x)}{h'(x)} \cdot h'(x) \left( \int \frac{dx}{h'(x)} + C \right) \right]' = \left[ h(x) \left( \int \frac{dx}{h'(x)} + C \right) \right]' = \\ &= h'(x) \left( \int \frac{dx}{h'(x)} + C \right) + \frac{h(x)}{h'(x)} = g(x)^2 + f(x)^2 \end{aligned}$$

(1) ödənilir. Deməli

$$\int \left[ \frac{\sqrt{\frac{h(x)}{h'(x)}}}{\sqrt{h'(x) \left( \int \frac{dx}{h'(x)} + C \right)}} + \frac{\sqrt{h'(x) \left( \int \frac{dx}{h'(x)} + C \right)}}{\sqrt{\frac{h(x)}{h'(x)}}} \right] dx = 2 \sqrt{\frac{h(x)}{h'(x)}} \sqrt{h'(x) \left( \int \frac{dx}{h'(x)} + C \right)} + C_1$$

$$\int \left[ \frac{\sqrt{h(x)}}{h'(x) \sqrt{\int \frac{dx}{h'(x)} + C}} + \frac{h'(x) \sqrt{\int \frac{dx}{h'(x)} + C}}{\sqrt{h(x)}} \right] dx = 2 \sqrt{h(x) \int \left( \frac{dx}{h'(x)} + C \right)} + C_1 \quad (5)$$

bərabərliyinin hansı  $h(x)$  funksiyaları üçün ödəndiyini təsəvvür etmək çox da çətin deyil. Bu çox böyük funksiyalar sinfidir. Bu yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi yalnız xüsusi haldır.

Bu inteqrallar əvəzləmə və ya başqa bir inteqrallama metodu tətbiq olunmadan hesablanacaqdır. Bu haqda dolğun təsəvvür yaratmaq üçün aşağıdakı misallara baxaq.

Misal 1. 
$$\begin{cases} f(x)^2 = \frac{\sin x}{\cos x} \\ g(x) = \cos x \left( \int \frac{dx}{\cos x} + C \right) = \cos x \left( \int \frac{dx}{\sin \left( \frac{\pi}{2} + x \right)} + C \right) = \cos x \left( \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right| + C \right) \end{cases}$$

$$\int \left[ \frac{\sqrt{\frac{\sin x}{\cos x}}}{\sqrt{\cos x \ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right) + C}} + \frac{\sqrt{\cos x \ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right) + C}}{\sqrt{\frac{\sin x}{\cos x}}} \right] dx =$$

$$\int \left[ \frac{\sqrt{\sin x}}{\cos x \sqrt{\ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right) + C}} + \frac{\cos x \sqrt{\ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right) + C}}{\sqrt{\sin x}} \right] dx =$$

$$= \int \left[ \frac{\sin x + \cos^2 x \ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right) + C}{\sqrt{\sin x} \cdot \cos x \sqrt{\ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right) + C}} \right] dx =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{\sin x}{\cos x}} \cdot \sqrt{\cos x \ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right) + C} = 2 \sqrt{\sin x} \cdot \sqrt{\ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right) + C}$$

C=0 olduqda

$$\int \frac{\sin x + \cos^2 x \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right|}{\cos x \sqrt{\sin x \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right|}} dx = 2\sqrt{\sin x} \sqrt{\ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right|} + C_1$$

Doğrudan da çox mürəkkəb bir ifadəni inteqrallamış olduq.

Misal 2. 
$$\begin{cases} f(x)^2 = \frac{x^2 + 1}{2x} \\ g(x)^2 = 2x \left( \int \frac{dx}{2x} + C \right) = x(\ln|x| + 2C) \end{cases}$$

$$\int \left( \frac{\sqrt{\frac{x^2 + 1}{2x}}}{\sqrt{x(\ln|x| + 2C)}} + \frac{\sqrt{x(\ln|x| + 2C)}}{\sqrt{\frac{x^2 + 1}{2x}}} \right) dx = \int \left( \sqrt{\frac{x^2 + 1}{2x^2(\ln|x| + 2C)}} + \sqrt{\frac{2x^2(\ln|x| + 2C)}{x^2 + 1}} \right) dx =$$

$$= \int \frac{x^2 + 1 + 2x^2(\ln|x| + 2C)}{x\sqrt{2(x^2 + 1)(\ln|x| + 2C)}} dx = 2\sqrt{\frac{x^2 + 1}{2x}} \cdot x(\ln|x| + 2C) = \sqrt{2(x^2 + 1)(\ln|x| + 2C)} + C_1$$

C=0.

$$\int \frac{x^2 + 1 + 2x^2 \ln|x|}{x\sqrt{2(x^2 + 1)\ln|x|}} dx = 2\sqrt{(x^2 + 1)\ln|x|} + C_1$$

Bu misaldan göründüyü kimi əgər (2) ödənilirsə, onda  $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx$  və  $\int \frac{g(x)}{f(x)} dx$  inteqrallarından

daha asanını hesablayıb o birini də tapmaq olar.

**Nəticə 1.** Teoremin şərtləri ödənildikdə

$$\int [f(x)^2 + g(x)^2] dx = \frac{A}{2} [f(x)g(x)]^2 + C \quad (6)$$

olur. Bu zaman A=2 olmaqla xüsusi hal olan (5) aşağıdakı şəkllə düşür.

$$\int \left[ \frac{h(x)}{h'(x)} + h'(x) \left( \int \frac{dx}{h'(x)} + C \right) \right] dx = h(x) \left( \int \frac{dx}{h'(x)} + C \right) + C_1 \quad (6')$$

Misal 3. Misal 1-dən və (6')-dən

$$\int \left[ \frac{\sin x}{\cos x} + \cos x \ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right) + C \right] dx = \frac{1}{2} \sin x \left( \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right| + C \right) + C_1$$

inteqralı alınır.

**Nəticə 2.** Teoremin şərtləri daxilində

$$\int \left( \frac{1}{f(x)^2} + \frac{1}{g(x)^2} \right) dx = A \ln |f(x)g(x)| + C \quad (7)$$

Xüsusi hal üçün isə (A=2 olduqda)

$$\int \left[ \frac{h'(x)}{h(x)} + \frac{1}{h'(x) \left( \int \frac{dx}{h'(x)} + C \right)} \right] dx = \ln \left| h(x) \left( \int \frac{dx}{h'(x)} + C \right) \right| + C_1 \quad (7')$$

Misal 4. Nəticə 2-yə əsasən misal 2-dən və (7') əsaslanaraq alırıq.

$$\int \left[ \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{1}{\cos x \ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right) + C} \right] dx = \ln \left| \sin x \left( \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right| + C \right) \right| + C_1$$

Əgər integral

$$\int R(x) dx$$

şəklində verilmişsə  $f(x)$  və  $g(x)$ -i necə seçməli, (1) şərtinin ödənildiyini necə yoxlamalı?

Bunun üçün əvvəlcə  $y + \frac{1}{y} = R(x)$  tənliyini həll edib,  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  (və ya  $y = \frac{g(x)}{f(x)}$ ) nisbətini

tapmaq lazımdır.

Çox sadə bir misalla bunu aydınlaşdıraq.

Misal 5.  $\int \frac{2x+1}{\sqrt{x(x+1)}} dx$  hesablayın.

$$y + \frac{1}{y} = \frac{2x+1}{\sqrt{x(x+1)}}$$

$$y^2 - \frac{2x+1}{\sqrt{x(x+1)}} y + 1 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{2x+1}{2\sqrt{x(x+1)}} \pm \sqrt{\frac{(2x+1)^2}{4x(x+1)} - 1} = \frac{2x+1}{2\sqrt{x(x+1)}} \pm \sqrt{\frac{1}{4x(x+1)}} = \frac{2x+1 \pm 1}{2\sqrt{x(x+1)}}$$

$$y_1 = \frac{x}{\sqrt{x(x+1)}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}, \quad y_2 = \frac{2x+2}{2\sqrt{x(x+1)}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$$

$f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = \sqrt{x+1}$  olsun (1). şərtini yoxlayaq. O ödənilir.

Deməli (2) düsturuna əsasən

$$\int \frac{2x+1}{\sqrt{x(x+1)}} dx = 2\sqrt{x(x+1)} + C$$

Metod (1) şərtini ödəməyən misallara da müvəffəqiyyətlə tətbiq oluna bilər.

Məsələn .

Misal 6.  $\int \frac{2x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x(x+1)}} dx$  integralını hesablayın.

Misal 5-i nəzərə alıb

$$\int \frac{2x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x(x+1)}} dx = \int \frac{2x+1}{\sqrt{x(x+1)}} dx + \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x(x+1)}} dx = 2\sqrt{x(x+1)} + \int \frac{dx}{\sqrt{x+1}} =$$

$$= 2\sqrt{x(x+1)} + 2\sqrt{x+1} + C$$

**Nəticə 3.** Teoremin şərtləri daxilində ( $\alpha \neq -1$ )

$$\int \left( \frac{f(x)}{g(x)} + \frac{g(x)}{f(x)} \right) [f(x)g(x)]^\alpha dx = \frac{A}{\alpha+1} [f(x)g(x)]^{\alpha+1} + C$$

$\alpha = -1$  olduqda,

$$\int \left( \frac{f(x)}{g(x)} + \frac{g(x)}{f(x)} \right) [f(x)g(x)]^{-1} dx = A \ln |f(x)g(x)| + C$$

Nəticənin doğruluğu (2) düsturundan alınır. Nəticə 3 metodun necə geniş bir tətbiq sahəsi olduğunu və metodun çox səmərəli olduğunu bir daha göstərir. İntegralı hesablamaq üçün yalnız bir bərabərliyin doğruluğunu yoxlamaq kifayət edir.

#### ƏDƏBİYYAT

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Наука, Москва, 1969
2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Наука, Москва, 1974
3. Miryasin Eminov, Fidan İsmayılova, Nuray Şirəliyeva. Maraqlı inteqrallar
4. Naxçıvan Müəllimlər İnstitutunun Xəbərləri. Cild 11, №2, 2015
5. Berman G.N. Riyazi analizdən məsələlər. Maarif, Bakı, 1966
6. Demidoviç B.P. Riyazi analizdən məsələlər. Bakı, 2008.

#### ABSTRACT

**Miryasin Eminov**

#### **Other traditional method for to count other definite integrals**

The article offers quite a new method to calculate indefinite integrals. The method is grounded and applied to some groups of functions. Each of these examples can be solved hardly with another methods. With helping of the method to calculate the sums of the integrals forming sub integral is usually possible. It is not being used for the applying the method from method of any integration. It is necessary to check pay equality only. It suffices to find the answer of this integral.

#### РЕЗЮМЕ

**Мирясин Эминов**

#### **Нетрадиционный метод для вычисления неопределенных интегралов**

В статье предложен новый метод для вычисление неопределенных интегралов. Метод обоснован и применен несколько классов функций. Эти задачи можно решить другими методами очень трудно. С помощью метода можно найти интегралов слагаемых, составляющих под интегральной выражении. Для применение этого метода не используется методов неопределенных интегралов. Только проверяется выполнение одного равенство. Это уже позволяет найти ответ интеграла.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

Məqaləni çapa təqdim etdi: *Fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent*  
*F.Qocayev*



**DAŞQIN SEYİDOV***Naxçıvan Dövlət Universiteti**E-mail: dasqinseyidov@gmail.com***AYDIN ŞAHBAZOV***Azərbaycan Pedaqoji Universiteti**E-mail: aydinshahbazov@yahoo.com***UOT: 512****MÜNTƏZƏM CƏBRLƏRDƏ ÇƏKİLİ TİP ENDOMORFİZMLƏRİN  
KOMPAKTLIĞI**

*Açar sözlər*-müntəzəm cəbr, funksiya, endomorfizm, kompakt, metrik, operator, holomorf inikas, disk cəbr.

*Keywords*-uniformly algebra, function, endomorphism, compact, metric, operator, holomorph map, disc algebra.

*Ключевые слова*-равномерная алгебра, функции, эндоморфизм, компакт, метрик, оператор, голоморфные отображение, диск алгебра.

Tutaq ki,  $X$  kompakt metrik fəza,  $C(X)$  isə həmin  $X$  kompaktında təyin olunan və supremum norma ilə təchiz edilmiş kompleks-qiyəmətli kəsilməz funksiyaların müntəzəm cəbridir.  $C(X)$  fəzasının müəyyən bir  $A = A(X)$  müntəzəm qapalı alt fəzasına baxaq. Biz əvvəlcə,  $T : f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$  şəklində olan  $T : A \rightarrow C(X)$  operatorlara baxacağıq (harada ki, “ $\circ$ ” simvolu funksiyaların kompozisiyasını işarə edir), burada,  $u \in C(X)$  qeyd olunmuş funksiya,  $\varphi : X \rightarrow X$  isə  $u$  funksiyasının daşıyıcı çoxluğunda, yəni  $S(u) = \{x \in X : u(x) \neq 0\}$  açıq çoxluğunda kəsilməz olan  $X$  kompaktının öz-özünə inikasıdır (xüsusi halda biz  $u$  funksiyasını və  $\varphi$  inikasını elə seçə bilərik ki,  $T$  operatoru elə  $A(X)$  fəzasının özündə təsir edər, yəni,  $T : A(X) \rightarrow A(X)$  olar). Bu şəkildə olan operatorlar  $u$  funksiyasının (çəki funksiyası) və  $\varphi$  inikasının yaratdığı çəkili kompozisiya operatorları adlanır. Hər bir yarım sadə kommutativ Banax cəbrlərinin endomorfizmləri (eləcə də Banax fəzalarının xətti məhdud operatorları) belə operatorlar şəklində təsvir edilə bildiyindən, çəkili kompozisiya operatorlarının tədqiqi çox mühümdür. Buna görə də, kompozisiya operatorları (yəni  $u \equiv 1$  çəki funksiyası ilə verilən  $T$  şəklində olan operatorlar), çəkili kompozisiya operatorları müxtəlif normalı fəzalarda, eləcə də endomorfizmlər, çəkili endomorfizmlər müxtəlif konkret müntəzəm cəbrlərdə bir çox müəlliflər tərəfindən müəyyən nöqtəyi nəzərlərdən (məsələn, kompaktlıq, nüvəlilik, spektrlərin tapılması, qiymətlər obrazının qapalılığı, və sair nöqtəyi nəzərlərindən) araşdırılmışdır.

Bu məqalənin məqsədi, əvvəlcə, ümumi halda, yəni, müntəzəm qapalı  $A(X)$  fəzaları heç bir xüsusi strukturlara (məsələn, cəbri, analitik və sairə) malik olmadıqları halda,

$T_1 : A(X) \rightarrow C(X), f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$  şəklində olan çəkili tip kompozisiya operatorlarının (yəni, çəkili

kompozisiya operatorlarının sonlu cəmlərinin) kompaktlıq şərtlərini aydınlaşdırmaqdan, [harada ki, hər bir  $u_i \in C(X)$  qeyd olunmuş funksiya, kompaktı öz-özünə çevirən,  $\varphi_i : X \rightarrow X$  isə qeyd olunmuş inikasdır və həmin inikas  $u_i$  funksiyasının daşıyıcısında, yəni  $S(u_i) = \{x \in X : u_i(x) \neq 0\}$  açıq çoxluğunda kəsilməzdir (xüsusi halda, biz  $u_i$  çəki funksiyalarını və  $\varphi_i$  çevirmələrini elə seçə bilərik ki,  $T_1$  çəkili tip operatoru  $A(X)$  alt fəzasında təsir edər, yəni  $T_1 : A(X) \rightarrow A(X)$  olar)], sonra isə  $A(X)$  alt fəzaları cəbri strukturlara malik olduqları halda, həmin alt cəbrlərdə təsir edən çəkili tip

endomorfizmlər üçün, cəbrin zirvə çoxluqları və zirvə nöqtələri, Şilov sərhəddi, eləcə də kompaktın topoloji sərhədləri üzərinə müəyyən şərtlər qoymaqla kompaktlıq meyarlarını almaqdan ibarətdir; hansı ki, həmin meyarların konkret müntəzəm cəbrlərə (ələlxüsus analitik struktur kimi yaxşı strukturlara malik olan müntəzəm cəbrlərə) tətbiqləri, həmin cəbrlərdə çəkili tip endomorfizmlər üçün asan yoxlanıla bilən konstruktiv kompaktlıq meyarlarına gətirib çıxarır.

Xüsusi halda çəkili kompozisiya operatorları üçün  $A(D)$  disk-cəbrində ( $C$  kompleks müstəvinin  $D = \{z \in C : |z| < 1\}$  vahid açıq diskində holomorf, onun  $\bar{D}$  qapanmasında isə kəsilməz olan funksiyaların müntəzəm cəbri)  $u, \varphi \in A(D)$  və  $\|\varphi\| \leq 1$  şərtləri daxilində Kamoviç [1] kompaktlıq meyarı vermişdir:  $A(D)$  disk-cəbrində  $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$  şəklində olan  $T$  çəkili kompozisiya operatoru o vaxt, və yalnız o vaxt kompaktdır ki, ya  $\varphi$  konstant olsun, ya da  $u(z) \neq 0$  şərtini ödəyən nöqtələr üçün  $|\varphi(z)| < 1$  olsun. [2]-də (eləcə də [3]-ə bax) ümumi halda (başqa sözlə, nə vaxt ki,  $A(X)$  cəbri, analitik və sair kimi əlavə yaxşı strukturlara malik olmayan halda)  $T$  operatorunun kompaktlığı üçün, yaxşı strukturlu konkret cəbrlərdə kompaktlıq meyarlarına çevrilə bilən, kafi qədər sadə və asan yoxlanıla bilən zəruri şərtlər verilmişdir. [4] -də  $A(X)$ -ə nəzərən zirvə nöqtələr çoxluğunun həmin alt fəzaya nəzərən zirvə çoxluqlarında (tərif 2.1-ə bax) sıx olan halında yuxarıda qeyd olunan zəruri şərtlərə analoji olan kompaktlıq meyarları verilmişdir ki, bu meyarların da, konkret müntəzəm cəbrlərdə tətbiqləri (xüsusi halda,  $A(D)$  disk-cəbrinin çoxölçülü analogiyaları və kompleks-qiymətli funksiyaların Banax- $A(D)$  modulları da daxil olmaqla) çəkili endomorfizmlər üçün asan yoxlanıla bilən konstruktiv kompaktlıq meyarlarına çevirə bilən kompaktlıq meyarlarını verir (qeyd edək ki, ixtiyari kompakt çoxluqlar üçün yuxarıda qeyd olunan zəruri şərtlərin tərslənməsi doğru olmaya da bilər, Nəticə 2.1-ə bax). Bu məqalədə isə biz, istər Kamoviçin nəticəsinin, istərsə də [4]-də verilən nəticələrin daha ümumi halı kimi çəkili kompozisiya operatorlarının sonlu cəmlərinin,  $C(X)$ -in altfəzalarında kompaktlıq şərtlərini araşdırırıq və alınan nəticələrin tətbiqləri kimi müntəzəm cəbrlərdə çəkili tip endomorfizmlərin asan yoxlanıla bilən konstruktiv kompaktlıq meyarlarını veririk.

Bu bölmədə hər şeydən əvvəl, ümumi hal kimi  $T_1 : A(X) \rightarrow C(X), f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$  operatorunun  $A(X)$  alt fəzası heç bir xüsusi struktura (cəbri, analitik, və sair bu kimi xüsusi strukturlara) malik olmayan fəza olduqda kompaktlığı araşdırılır, daha sonar isə  $A(X)$  alt fəzasının cəbri struktura malik olan halı tədqiq edilir. Asan yoxlanıla bilən cırılaşma halları istisna olmaqla, hesab edəcəyik ki, baxılan çəkili endomorfizm qeyri-trivialdır, yəni hesab edəcəyik ki,  $\varphi_i$  öz-özünə çevirmə inikasları sabit inikaslar deyillər və müxtəlifdirlər, eləcə də,  $u_i$  çəki funksiyaları eynilik kimi sıfırdan fərqlidirlər. Əvvəlcə,  $A(X)$  alt fəzalarına nəzərən xarakterik olmayan, lakin müntəzəm cəbrlər halında klassik təriflərlə üst-üstə düşən zirvə çoxluqları və zirvə nöqtələri anlayışlarını verək.

**Tərif 2.1.** Əgər bütün natural  $n$  ədədləri və  $x \in E$  nöqtələri üçün  $\|f_n\| = f_n(x) = 1$  şərtini ödəyən elə  $\{f_n\} \subset A(X)$  funksiyalar ardıcılığı varsa ki,  $E$  çoxluğunun ixtiyari ətrafından kənarında  $\{f_n\}$  ardıcılığı müntəzə olaraq sıfıra yığılsın onda  $E \subset X$  qapalı alt çoxluğu  $A(X)$  alt fəzasına nəzərən zirvə çoxluğu adlanır. Bir nöqtədən ibarət zirvə çoxluğu zirvə nöqtəsi adlanır.

**Tərif 2.2.** Əgər elə əlaqəli  $E \subset X$  kompaktı varsa ki,  $X$  topoloji fəzasının  $x_1, x_2$  nöqtələrini özündə saxlayır, onda həmin nöqtələr kompakt əlaqəli nöqtələr adlanır. Asanlıqla görmək olar ki, kompakt əlaqəlilik ekvivalentlik münasibətidir. Bu münasibətin ekvivalentlik sinifləri  $X$  fəzasının kompakt əlaqəlilik komponentləri adlanır.

**Tərif 2.3.** Tutaq ki,  $A(X)$  alt fəzası  $C(X)$  fəzasının müntəzəm qapalı alt fəzasıdır (xüsusi halda, müntəzəm cəbrdir). Əgər ixtiyari  $f \in A(X)$  funksiyası üçün  $f \circ \varphi \in A(X)$  xassəsi ödənilərsə, onda  $\varphi : X \rightarrow X$  inikasına  $A(X)$  alt fəzasında kompozitor deyilir.

Əgər bütün  $f \in A(X)$  funksiyaları üçün  $u \cdot f \in A(X)$  daxil olması doğrudursa, onda  $u \in C(X)$  funksiyasına  $A(X)$ -ə nəzərən multiplikator deyilir. Biz  $A(X)$ -ə nəzərən bütün kompozitorlar çoxluğunu  $C_{A(X)}$  ilə, bütün multiplikatorlar çoxluğunu isə  $M_{A(X)}$  ilə işarə edəcəyik.

Biz  $A(X)$  -ə nəzərən bütün zirvə çoxluqlar çoxluğunu  $S(A(X))$  ilə, bütün zirvə nöqtələr çoxluğunu isə  $S_0(A(X))$  ilə işarə edəcəyik. Biz hesab edəcəyik ki,  $S_0(A(X))$  zirvə nöqtələr çoxluğu  $S(A(X))$  zirvə çoxluqlar çoxluğunda hər yerdə sıxdır və  $\varphi_i(Y) \subset S(A(X))$  çoxluğunun kompakt əlaqəli komponentlərinin sayı sonludur, eləcə də,  $A(X)$  alt fəzasının vahid kürəsinin  $\varphi_i(Y)$  şəklində olan kompakt alt çoxluqlarına məhdudiyətləri müntəzəm kəsilməz ailədir (harada ki,  $Y$  çoxluğu  $I = X \setminus S(A(X))$  ilə  $S(u_i)$  çoxluqlarının kəsişmələrinin kompakt alt çoxluğudur). Əgər, hesab etsək ki,  $I$  çoxluğunda təbii topologiya  $A(X)$ -in qoşma metrik topologiyası ilə üst-üstə düşür, onda bu şərtlər daxilində  $\varphi_i \in C_{A(X)}$  inikası və  $u_i \in M_{A(X)}$  funksiyası ilə yaradılan çəkili tip kompozisiya operatorları üçün aşağıdakı teormi alırıq:

**Teorem 2.1.** Əgər  $u_i \in M_{A(X)}$  və  $\varphi_i \in C_{A(X)}$  şərtləri ödənilərsə, onda

$T_1 : A(X) \rightarrow C(X), f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$  şəklində olan çəkili tip kompozisiya operatoru, o vaxt və yalnız o

vaxt, kompakt olar ki,  $\left\{ x \in X : \sum u_i(x) \neq 0 \right\}$  çoxluğunun hər bir kompakt əlaqəli  $Y$  komponenti və

$A(X)$  altfəzasına nəzərən hər bir  $E$  zirvə çoxluğu üçün, ya  $\varphi_i(Y) \cap E = \emptyset$  olur, ya da  $\varphi_i(Y) \subset E$  olur.

**Nəticə 2.1.**  $u \in M_{A(X)}$  funksiyasının və  $\varphi \in C_{A(X)}$  inikasının yaratdığı  $T : A(X) \rightarrow A(X)$ ,  $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$  çəkili kompozisiya operatoru, o vaxt və yalnız, o vaxt kompaktdır ki,  $S(u)$  daşıyıcı çoxluğunun hər bir kompakt əlaqəli  $Y$  komponenti və  $A(X)$  alt fəzasına nəzərən hər bir  $E$  zirvə çoxluğuna nəzərən, ya  $\varphi(Y) \cap E = \emptyset$  olur, ya da  $\varphi(Y)$  bütünlüklə  $E$  çoxluğunun alt çoxluğu olur ( $\varphi(Y) \subset E$ ).

**İsbatı.** Zərurilik. Bu bilavasitə Lemma 2[2] -nin nəticəsidir (eləcə də, Theorem 1.5 [3] -ə bax). (onu da qeyd edək ki, hər hansı ixtiyari bir kompakt üçün bu hökmün tərsi doğru olmaya bilər; doğrudan da, əgər  $X$  ancaq bir limit nöqtəsi olan kompaktdırsa, onda yuxarıda qeyd olunan hökm  $X$  üzərində təyin olunan hər bir müntəzəm alt fəzaların bütün çəkili kompozisiya operatorları üçün doğru olcaqdır, çünki, baxılan kompaktın bir nöqtəli çoxluqlarından başqa, əlaqəli alt çoxluqları yoxdur).

Kafilik.  $\varphi(Y) \subset X \setminus S(A(X))$  şərtini ödəyən  $S(u)$ -in bütün əlaqəli kompakt  $Y$  çoxluqları üçün  $A(X)$ -in vahid kürəsinin  $\varphi(Y)$  üzərinə məhdudiyəti müntəzəm kəsilməz olduğundan və  $\varphi(Y) \cap S(A(X)) \neq \emptyset$  şərtindən alırıq ki,  $\varphi(Y) \subset S(A(X))$  olur, ona görə də kifayətdir ki, ancaq yoxlayaq ki,  $\{f \circ \varphi : f \in A(X), \|f\| \leq 1\}$  ailəsi  $\varphi(Y) \subset S(A(X))$  şərtlərini ödəyən  $Y \subset S(u)$  kompaktları üzərində müntəzəm kəsilməzdir. Lakin bu halda,  $\varphi(Y)$  çoxluğunun hər bir kompakt əlaqəli  $Y_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) komponenti bir nöqtəlidir (doğrudan da, əks halda hər bir  $Y_i$  kompaktı əlaqəli olduğundan və zirvə nöqtələr çoxluğu  $S(A(X))$  zirvələr çoxluğunda hər yerdə sıx olduğundan elə zirvə nöqtəsi var ki, onun  $Y_i$  kompaktı ilə kəsişməsi boş deyil; bu isə teoremin şərtinə ziddir). Deməli, nəticə olaraq alırıq ki, hər bir  $Y \subset S(u)$  kompaktı üçün  $\varphi(Y)$  obrazı sonlu nöqtələrdən ibarət çoxluqdur, onda teoremdən nəticənin doğruluğu alınır. Nəticə isbat olundu.

**Qeyd 2.1.** Qeyd edək ki, əgər  $X$  lokal əlaqəli kompakt çoxluqdursa (yada salaq ki, lokal əlaqəli kompakt dedikdə hər bir nöqtəsinin kompakt əlaqəli ətraflarından ibarət fundamental ətraflar sistemi olan kompakt başa düşülür) və  $A(X)$  alt fəzası  $C(X)$  kəsilməz funksiyalar fəzasının müntəzəm qapalı alt fəzasıdırsa, onda  $\varphi(Y) \subset S(A(X))$  çoxluğunun kompakt əlaqəli komponentləri-

nin sayı sonlu olur ( doğrudan da, hər bir  $\varepsilon > 0$  üçün lokal əlaqəlilik fərziyyəsindən alırıq ki, sonlu sayda əlaqəli  $Y_1, \dots, Y_n$  kompakt çoxluqları vardır ki,  $Y_i \subset S(u) (i = 1, \dots, n)$  və  $Y_1 \cup \dots \cup Y_n \supseteq \{x \in S(u) : |u(x)| \geq \varepsilon\}$  şərtləri ödənilir). Deməli,  $C(X)$ -in belə  $A(X)$  müntəzəm qapalı alt fəzaları üçün  $S_0(A(X))$  zirvə nöqtələr çoxluğu  $S(A(X))$  çoxluğunda hər yerdə sıxdır və  $A(X)$ -in vahid kürəsinin  $\varphi(Y) \subset X \setminus S(A(X))$  (harada ki,  $Y$  çoxluğu  $S(u)$  daşıyıcısının kompakt alt çoxluğudur) şəklində olan kompakt çoxluqlar üzərində müntəzəm kəsilməz ailə olmasından alınır ki, Teorem2.1 –də  $\varphi(Y) \subset S(A(X))$  çoxluğunun kompakt əlaqəli komponentlərinin sayının sonlu olması fərziyyəsini etmədən də doğrudur.

İndi isə  $A(X)$  alt fəzasının cəbri struktura malik olan xüsusi hallarını nəzərdən keçirək və fərz edək ki,  $A(X)$  müntəzəm cəbrdir. Onu da qeyd edək ki, biz bu halda zirvə çoxluğunu və zirvə nöqtə anlayışlarını aşağıdakı kimi verə bilərik;  $A(X)$  müntəzəm cəbrinin zirvə çoxluğu dedikdə  $X$  çoxluğunun elə  $E$  qapalı alt çoxluğu başa düşülür ki, onun üçün  $x \in E$  nöqtələrində  $\|f\| = f(x) = 1$  şərtini ödəyən,  $A(X)$ -cəbrinin elə  $f$  funksiyası vardır ki, bütün  $x \in X \setminus E$  nöqtələrində  $|f(x)| < 1$  şərti ödənilir; bir nöqtəli zirvə çoxluqları zirvə nöqtələri adlanır. Yaxşı məlum olan Bişop teoreminə görə metrikləşə bilən  $X$  kompakt çoxluqları üzərində  $A(X)$  müntəzəm cəbrləri halında  $A(X)$ -cəbrinin hər bir zirvə çoxluğu özündə  $A(X)$ -in zirvə nöqtəsini saxlayır və ona görə də  $A(X)$  müntəzəm cəbrinin zirvə nöqtələri çoxluğu həmin cəbrin sərhəddir ( $X$  kompaktının  $E$  alt çoxluğu  $A(X)$  müntəzəm cəbrinin sərhəddi adlanır, əgər hər bir  $f \in A(X)$  funksiyası modulunun maksimumunu  $E$  çoxluğu üzrə alırsa; aşkardır ki,  $A(X)$  müntəzəm cəbrinin hər bir sərhəddi həmin cəbrin  $S_0(A(X))$  zirvə nöqtələr çoxluğunu özündə saxlamalıdır) və ona görə də  $A(X)$ -in Şilov sərhəddində hər yerdə sıxdır ( $A(X)$  cəbrinin Şilov sərhəddi həmin cəbrə nəzərən ən kiçik qapalı sərhəddir və  $Sh(A(X))$  kimi işarə olunur), yəni  $\bar{S}_0(A(X)) = Sh(A(X))$  olur. Yaxşı məlumdur ki, funksiyalar cəbrlərinin ( eləcə də müntəzəm cəbrlərin ) Şilov sərhəddi mövcuddur və əslində bütün qapalı sərhədlərin kəsişməsi ilə üst-üstə düşür. Beləliklə, fəzanın vahid kürəsinin  $X \setminus Sh(A(X))$  alt çoxluğunun  $\varphi(Y)$  (harada ki,  $Y$  çoxluğu  $S(u)$  daşıyıcısının kompakt alt çoxluğudur) şəklində olan kompakt alt çoxluqlarında məhdudiyətləri müntəzəm kəsilməzlik və  $\varphi(Y) \subset S(A(X))$  çoxluğunun kompakt əlaqəli komponentlərinin sayı sonluluq xassiyətlərinə malik olan  $A(X)$  müntəzəm cəbrləri üçün Teorem2.1 doğrudur. Beləliklə, yuxarıda qeyd etdiyimiz xassələrə malik olan  $A(X)$  qapalı fəzaları müntəzəm cəbrlər olduqda, onlar üçün fərz edilən şərtlərin bir çoxu avtomatik olaraq ödənildiyindən, Teorem2.1 xeyli asanlaşır və deməli, müntəzəm cəbrlər halında çəkili endomorfizmlər üçün daha asan yoxlanıla bilən kompaktlıq meyarları alınır.

Məsələn,  $n = 2$  halında  $C(X)$  müntəzəm cəbrlərində çəkili tip endomorfizmlər  $Tf(x) = u_1(x)f(\varphi_1(x)) + u_2(x)f(\varphi_2(x))$  şəklində olur.

$C(X)$  müntəzəm cəbrinin zirvə nöqtələri çoxluğu elə onun təyin olunduğu  $X$  kompaktı ilə üst-üstə düşdüyündən (yəni,  $X$  kompaktının hər bir nöqtəsi zirvə nöqtəsi olduğundan), onda yuxarıda qeyd etdiyimiz Teorem2.1-dən bu cəbrlərdə təyin olunmuş çəkili tip endomorfizmlər üçün aşağıdakı kompaktlıq meyarını alırıq:

**Teorem 2.2.**  $Tf(x) = u_1(x)f(\varphi_1(x)) + u_2(x)f(\varphi_2(x))$  şəklində olan  $T: C(X) \rightarrow C(X)$  çəkili tip endomorfizmi, o vaxt və yalnız o vaxt kompaktıdır ki, hər bir  $x \in X$  nöqtəsi üçün aşağıdakı hallardan biri mövcud olsun:

- əgər,  $u_1(x) \neq 0$ ,  $u_2(x) = 0$  olursa, onda  $x$  nöqtəsinin müəyyən ətrafında  $\varphi_1(\gamma) = \varphi_1(x)$  şərti ödənilir;
- əgər,  $u_1(x) = 0$ ,  $u_2(x) \neq 0$  olursa, onda  $x$  nöqtəsinin müəyyən ətrafında  $\varphi_2(\gamma) = \varphi_2(x)$  şərti ödənilir;
- əgər,  $u_1(x) \neq 0$ ,  $u_2(x) \neq 0$ ,  $\varphi_1(x) \neq \varphi_2(x)$  olursa, onda, onda  $x$  nöqtəsinin müəyyən ətrafında  $\varphi_1(\gamma) = \varphi_1(x)$  və  $\varphi_2(\gamma) = \varphi_2(x)$  şərti ödənilir ;

d) əgər,  $u_1(x) \neq 0$ ,  $u_2(x) \neq 0$ ,  $\varphi_1(x) = \varphi_2(x)$  və  $u_1(x) + u_2(x) = 0$  olursa, onda  $x$  nöqtəsinin müəyyən ətrafında  $\varphi_1(y) = \varphi_2(y)$  şərti ödənilir;

e) əgər,  $u_1(x) \neq 0$ ,  $u_2(x) \neq 0$ ,  $\varphi_1(x) = \varphi_2(x)$ ,  $u_1(x) + u_2(x) \neq 0$  olursa, onda  $x$  nöqtəsinin müəyyən ətrafında  $\varphi_1(y) = \varphi_2(y) = \varphi_1(x)$  şərti ödənilir.

Xüsusi halda, yuxarıda qeyd olunan müntəzəm cəbrlərdə çəkili endomorfizmlərin kompaktlığı üçün aşağıdakı nəticə doğrudur.

**Teorem 2.3.**  $u \in M_{A(X)}$  funksiyasının və  $\varphi \in C_{A(X)}$  inikasının yaratdığı  $T : A(X) \rightarrow A(X)$ ,  $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$  çəkili endomorfizmləri, o vaxt və yalnız o vaxt kompaktdır ki,  $S(u)$  daşıyıcısının hər bir kompakt əlaqəli  $Y$  komponenti üçün ya  $\varphi(Y)$  birnöqtəli çoxluqdur, ya da  $\varphi(Y) \subset X \setminus Sh(A(X))$  olur.

$S_0(A(X)) = X = Sh(A(X))$  şərtini ödəyən müntəzəm  $A(X)$  cəbrləri üçün (məsələn,  $C(X)$  cəbrləri, eləcə də kompleks müstəvinin  $D$  vahid diskinin  $\partial D$  sərhəddində kəsilməz funksiyaların müntəzəm cəbri kimi təsvir oluna bilən  $A(\partial D)$  disk cəbri və sairə)  $X \setminus Sh(A(X))$  boş çoxluq olduğundan  $\varphi \in C_{A(X)}$  inikasının və  $u \in M_{A(X)}$  funksiyasının yaratdığı qeyri-trivial  $T : A(X) \rightarrow A(X)$   $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$  çəkili endomorfizminin kompaktlığı Teorem 2.2-nin şərtləri altında ona ekvivalentdir ki,  $S(u)$  daşıyıcısının hər bir  $Y \subset S(u)$  kompakt alt çoxluğu üçün  $\varphi(Y)$  obrazı sonlu olsun. Məsələn, buradan nəticə kimi  $\varphi : X \rightarrow X$  kəsilməz inikasının və  $u \in C(X)$  kəsilməz funksiyasının  $C(X)$  müntəzəm cəbrində yaratdığı çəkili endomorfizminin kompaktlığı üçün aşağıdakı meyarı alırıq (eləcə də [2], [3]-ə bax):

**Nəticə 2.2.**  $C(X)$  müntəzəm cəbrinin  $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$  şəklində olan  $T$  çəkili endomorfizmi, o vaxt və yalnız o vaxt kompaktdır ki,  $S(u)$  daşıyıcısının hər bir  $Y$  kompakt alt çoxluğu üçün  $\varphi(Y)$  obrazı sonludur. Xüsusi halda, əgər bu zaman  $S(u) = X$  doğru olarsa və  $X$  əlaqəli kompakt olarsa, onda  $C(X)$  cəbrinin çəkili  $T$  endomorfizmi, onda və yalnız onda kompaktdır ki,  $\varphi : X \rightarrow X$  kəsilməz inikasını bütün  $X$  kompaktını bir nöqtəyə çevirən sabit inikas olsun.

Analitik strukturalı müntəzəm cəbrlər halında vəziyyət xeyli asanlaşır. Məsələn, şar-cəbrlər halı poli-disk halından xeyli asandır (çünki, poli-disk cəbrinin Şilov sərhəddi, poli-diskin topoloji sərhəddinin məxsusi alt çoxluğudur). Tutaq ki,  $A(B^n)$  şar-cəbrdir, yəni  $n$ -ölçülü  $C^n$  kompleks müstəvisinin

$B^n = \left\{ z = (z_1, \dots, z_n) \in C^n : \sum_{k=1}^n |z_k|^2 < 1 \right\}$  vahid kürəsinin daxilində analitik, qapanmasında isə kəsilməz funksiyaların müntəzəm cəbridir. Bu halda kürənin topoloji sərhəddinin hər bir nöqtəsi zirvə nöqtəsi olduğundan, aşağıdakı teorem doğrudur:

**Teorem 2.4.**  $Tf(x) = u_1(x)f(\varphi_1(x)) + u_2(x)f(\varphi_2(x))$  şəklində olan ( $u_i$  funksiyaları və  $\varphi_i$  ( $i = 1, 2$ ) öz-özünə çevirmələri holomorfdurlar) şar-cəbrinin  $T : A(B^n) \rightarrow A(B^n)$  çəkili tip endomorfizmi, onda və yalnız onda kompaktdır ki, aşağıdakı hallardan biri mövcud olsun:

- 1)  $\varphi_1, \varphi_2 = const$ ;
- 2)  $\varphi_1 = const$ ,  $\varphi_2 \neq const$ ,  $|\varphi_2(z)| < 1$  hər bir  $u_2(z) \neq 0$  şərtini ödəyən  $z$  nöqtələri üçün,
- 3)  $\varphi_2 = const$ ,  $\varphi_1 \neq const$ ,  $|\varphi_1(z)| < 1$  hər bir  $u_1(z) \neq 0$  şərtini ödəyən  $z$  nöqtələri üçün,
- 4)  $\varphi_1 \neq const$ ,  $\varphi_2 \neq const$ 
  - a) Əgər  $\varphi_1(z) \neq \varphi_2(z)$ ,  $|\varphi_i(z)| = 1$ , onda,  $u_i(z) = 0$ ;
  - b) Əgər  $\varphi_1(z) = \varphi_2(z)$ ,  $|\varphi_i(z)| = 1$ , onda,  $u_1(z) + u_2(z) = 0$  və

$$|u_i(z)| \frac{|\varphi_1(y) - \varphi_2(y)|^2 + |(\varphi_1(y), \varphi_2(y))|^2 - |\varphi_1(y)|^2 \cdot |\varphi_2(y)|^2}{|1 - (\varphi_1(y), \varphi_2(y))|^2} \rightarrow 0$$

olur, harada ki,  $y \rightarrow z$  olur.

Nə vaxt ki,  $X$  kompaktı əlaqəli çoxluqdur, onda  $C(X)$  cəbrindən fərqli olaraq analitik strukturalı cəbrlər halında, disk-cəbrlərində olduğu kimi qeyri-trivial çəkili endomorfizmlər də kompakt ola bilər. Tutaq ki,  $A(X)$  analitik strukturaya malik müntəzəm cəbrdir (harada ki,  $\partial X$  ilə  $X$  kompakt çoxluğunun topoloji sərhəddi işarə olunub) və çəkili endomorfizmi yaradan  $\varphi: X \rightarrow X$  inikası  $G = X \setminus S_0(A(X))$  boş olmayan çoxluğunun hər bir əlaqəli açıq  $O$  alt çoxluğunda invariant təsir edir, yəni  $\varphi(O) \subset O$  olur (buna tipik misal olaraq  $A(D)$  disk-cəbrini göstərmək olar, harada ki,  $X = \bar{D}$ ,  $S_0(A(X)) = \partial \bar{D} = \bar{D} \setminus D$ ,  $G = D$ ). Onda kompaktlıq prinsipindən və Teorem 2.2-dən bilavasitə, Kamoviçin disk-cəbr halında qeyri-trivial çəkili endomorfizmlər üçün kompaktlıq meyarını digər analitik strukturalı müntəzəm cəbrlərə də ümumiləşdirən aşağıdakı teoremi alırıq:

**Teorem 2.5.** Əgər,  $u \in M_{A(X)}$  və  $\varphi \in C_{A(X)}$  olursa, onda, həmin funksiya və inikasın  $A(X)$  müntəzəm cəbrində yaratdıqları qeyri-trivial  $T: A(X) \rightarrow A(X)$ ,  $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$  çəkili endomorfizmi, onda və yalnız onda kompaktdır ki,  $X$  kompaktının hər bir kompakt əlaqəli komponentində, ya  $\varphi$  sabit inikasdır, ya da, həmin komponentdə  $x \in S(u)$  şərtini ödəyən bütün nöqtələr üçün  $\varphi(x) \in G$  olur.

**Nəticə 2.3.** Teorem 2.5 -in şərtləri daxilində, əgər  $X$  əlaqəli kompakt çoxluqdursa, onda  $A(X)$  müntəzəm cəbrində təsir edən qeyri-trivial  $T: A(X) \rightarrow A(X)$ ,  $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$  çəkili endomorfizmi, onda və yalnız onda, kompaktdır ki, bütün  $x \in S(u)$  nöqtələri üçün  $\varphi(x) \in G$  olsun.

**Teorem 2.5** Bizə imkan verir ki, Kamoviçin teoremini çoxölçülü hal üçün də ümumiləşdirək (eləcə də [2]-yə bax ):

**Nəticə 2.4.**  $u$  funksiyasının və  $\varphi$  inikasının  $A(B^n)$  müntəzəm cəbrində yaratdığı çəkili endomorfizm ( $u$  və  $\varphi$  analitiktirlər), onda və yalnız onda, kompaktdır ki, ya  $\varphi = const$  inikasdır, ya da  $\|\varphi(z)\| < 1$  (Evklid norması) şərti bütün  $z \in S(u)$  nöqtələri üçün doğrudur.

**Qeyd 2.2.** Onu da qeyd edək ki, Teorem 2.5 bizə, çəkili endomorfizmlərin kompaktlığını müəyyən bir  $X$  oblastında təyin olunmuş, daha geniş funksiyalar sinfində, məsələn,  $A(X)$ -Banax modulları təşkil edən funksiyalar fəzasında xarakterizə etməyə imkan verir. Bu halda həmin fəzanın zirvə nöqtələri çoxluğu, elə  $A(X)$  alt fəzasının zirvə nöqtələri kimi invariant qalır. Məsələn, sadəlik üçün fərz edək ki,  $D \subset C$  əlaqəli məhdud oblastdır və  $A(D)$  cəbri  $D$  oblastının daxilində holomorf olan, və onun  $\bar{D}$  qapanmasında isə kəsilməz funksiyaların müntəzəm cəbridir.  $A \subset Hol(D)$  elə normalı fəza olsun ki,  $A(D)$ -ni özündə saxlasın və  $A(D)$ -Banax modulu olsun, haradakı,  $Hol(D)$  fəzası  $D$  oblastında açıq-qapalı topologiya ilə təchiz olunmuş holomorf funksiyalar fəzasıdır (əlbəttə ki, biz həm də hesab edirik ki,  $A \subset Hol(D)$  daxil olması kəsilməzdiri). Aydın ki,  $S_0(A) = S_0(A(D))$  bərabərliyi doğrudur və  $Hol(D)$  fəzası Montel fəza olduğundan (hər bir məhdud çoxluq nisbi kompaktdır), onda yuxarıda qeyd olunan nəticədən çıxır ki,  $A$ -Banax modulunda hər bir  $u \in A$  funksiyasının və ixtiyari  $\varphi: \bar{D} \rightarrow D$  holomorf inikasının yaratdığı çəkili endomorfizmlər kompaktdırlar.

## ƏDƏBİYYAT

1. Kamowitz H., Compact operators of the form  $uC_\varphi$ , Pacific J. Math., vol.80, No 1 (1979), 205-211
2. Shahbazov A.I., On some compact operators in uniform spaces of continuous functions, Dokl. Acad. Nauk Azer. SSR, vol.36, No12 (1980), 6-8 ( Russian)
3. Shahbazov A.I. and Dehghan Y.N., Compactness and nuclearity of weighted composition operators on uniform spaces, Bulletin of the Ir. Math. Soc., vol.23, No1, (1997), 49-62
4. Shahbazov A.I., Seyidov D.A, Closed range and compact weighted composition operators on uniform algebras, Transactions of Azerb.National Academy of Sciences, v.30, (2010), n.1, 185-192.

## ABSTRACT

Dashgin Seyidov, Aydin Shahbazov

Let  $X$  be a compact metric space and let  $C(X)$  denote the space of all continuous complex-valued functions defined on  $X$  equipped with the supremum norm. Let  $A = A(X)$  be a uniformly closed subspace of  $C(X)$ . We will consider the operators  $T: A \rightarrow C(X)$  of the form  $T: f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$ , where  $u \in C(X)$  is a fixed function and  $\varphi: X \rightarrow X$  is a selfmapping of  $X$  which is continuous on the support of function  $u$ , i.e., on the open set  $S(u) = \{x \in X : u(x) \neq 0\}$ . The operators of these forms are called the weighted composition operators induced by the function  $u$  (the weighted function) and by selfmapping  $\varphi$ . In this paper, we firstly, investigate the compactness conditions of the operator of weighted composition type of the form  $T_1: A(X) \rightarrow C(X), f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$  in general case, when  $A(X)$  has no any special structure, where every  $u_i \in C(X)$  is a fixed function and every  $\varphi_i: X \rightarrow X$  is a selfmapping of  $X$ , which is continuous on the support of function  $u_i$ , i.e., on the open set  $S(u_i) = \{x \in X : u_i(x) \neq 0\}$  (in particular, we can choose the functions  $u_i$  and the selfmappings  $\varphi_i$  such that, the operator  $T_1$  may be acting in  $A(X)$ , i.e.,  $T_1: A(X) \rightarrow A(X)$ ); further we give compactness criterion for endomorphisms of weighted type on  $A(X)$ , when  $A(X)$  has an algebraic structure and we give some applications (i.e., we receive compactness criterion for endomorphisms of weighted type) on concrete algebras, which, especially on the algebras with analytically structure reduced to easily verifiable constructive compactness criterion for the weighted type endomorphisms.

## РЕЗЮМЕ

Дашгын Сеидов, Айдын Шахбазов

Пусть  $X$  метрический компакт и  $C(X)$  есть равномерная алгебра всех непрерывных комплексно-значных функций определенных на  $X$  с  $\text{Sup}$ -нормой. В работе сначала, исследуется компактность оператора в виде  $T_1: A(X) \rightarrow C(X), f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$  взвешенного типа на равномерных замкнутых подпространствах  $C(X)$ , в том случае, когда, вообще говоря, эти замкнутые подпространств не имеют никакие специальные структуры (таких, как алгебраический, аналитический и т.к.д.), а потом дается применение полученных результатов для получения критерии компактности эндоморфизмов взвешенного типа на равномерных алгебрах, которые, при аналитических структурах (например на диск-алгебрах, на Банах модулях на диск-алгебрах и т. к. д.) приводит к легкопроверяемым критериям компактности эндоморфизмов взвешенного типа.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

Məqaləni çapa təqdim etdi: *Fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent*  
*F.Qocayev*

NAHXIVAN DÖVLƏT UNIVERSİTETİ. ELMİ ƏSƏRLƏR, 2016, № 8 (81)

NAKHCHIVAN STATE UNIVERSITY. SCIENTIFIC WORKS, 2016, № 8 (81)

НАХЧЫВАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ. НАУЧНЫЕ ТРУДЫ, 2016, №8 (81)

---

УДК: 537

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХСТРУКТУРНЫХ ФАЗ ТОНКИХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНОК $Cu In Se_2$ и $Cu In Te_2$ .

**Açar sözlər:** difraksiya, faza, atom, struktura, diffraction, ifratstruktur, monokristal.

**Keywords:** diffraction, phase, atoms, structure, superstructure, monocrystalline.

**Ключевые слова:** дифракция, фаза, атом, структура, монокристал

Интенсивное развитие твердотельной электроники, в том числе микроэлектроники, оптоэлектроники, акустоэлектроники и т.п. обусловлено прогрессом в технологии получения тонкопленочных полупроводниковых соединений со стабильными заданными свойствами. Разработка научных основ технологии, получения тонких пленок требует исследования структуры веществ. Благодаря технологическим разработкам способов получения тонкопленочных полупроводников, стало возможным снизить габариты, вес и потребляемую мощность элементов микроэлектроники.

Соединения группы  $A^1B^3C_2^6$ , кристаллизующиеся в структуре халькопирита, представляющие значительный интерес для практического применения, область которых в той же области, что и применение соединений  $A^2B^6$  преобладают ковалентные силы межатомного взаимодействия: На их основе могут быть созданы фоточувствительные – поверхностно-барьерные структуры и применяемые в широкополосных фотопреобразователях неполяризованного излучения в виде барьеров Шоттки и т.п.[1 ]

Тонкие пленки  $CuInSe_2(Te_2)$  являются перспективным материалом для применения в приборах оптоэлектроники. На основе  $CuInSe_2(Te_2)$  созданы преобразователи солнечной энергии, эффективность которых достигает 12%. В полученных гетероструктурах  $CuInSe_2/Cd-S$ , как показано в [2], К.П.Д. зависит от размера зерен. Вообще следует указать на то, что структурные характеристики многослойных систем, используемые в современной микроэлектронике, определяют их рабочие параметры и эффективность.

Поэтому исследование условий формирования тонких пленок с различной суб и атомной структурой представляется задачей актуальной.

Исследованиям структуры двойного селенида и теллурида состава  $CuInSe_2(Te_2)$  уделено достаточно много внимания. Однако эти исследования были проведены преимущественно рентгенографическими методами, которые не всегда могут быть эффективно использованы для установления важнейших особенностей структуры какого-либо соединения в зависимости от условий их получения. В данном случае наиболее рациональными являются электронографический и электронно-микроскопический методы структурных исследований, в основе которых лежат работы теоретического и экспериментального характера, выполненные П.С.Тартаковским и Б.К.Вайнштейном [3,4].

В настоящем разделе приводятся результаты исследований условий формирования пленок  $Cu In Se_2 (Te_2)$  с различной субструктурой.

Отличительной особенностью соединения  $CuInSe_2 (Te_2)$ , в отличие от других тройных соединений химической группы  $A^1B^3C_2^6$ , является сложная по своей структуре и легко изменчивая под воздействием различных факторов его молекула, что может обуславливать и являться причиной образования несколько отличающихся друг от друга аллотропических форм и состояний, которые могут существовать в широком интервале температур.

Отсюда становится очевидной цель данной работы: определение условий получения монокристаллических пленок и установление возможностей существования сверхструктурных фаз, обнаруженных в массивных образцах соединений группы  $A^1B^3C_2^6$ . Установление ориентационных соотношений, существующих между кристаллическими решетками и сверх-



периодами решеток, эпитаксиально нарастающих пленок двойных сульфидов, селенидов и теллуридов, тройных соединений систем  $CuInSe_2 (Te_2)$ , выяснение условий образования монокристаллических слоев, а также оценка степени совершенства этих структур.

### МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Знание и умение управлять процессами формирования пленок с различными субструктурами и в конечном итоге даст возможность – позволит уверенно пользоваться соответствующими структурными физическими свойствами, сознательно управлять ими, изменяя в нужном направлении.

Следовательно, можно ожидать, что решение перечисленных здесь задач позволит конкретно определять условия технологических процессов обработки соединения  $CuInSe_2(Te_2)$ , необходимого для изготовления различных преобразователей с оптимальными параметрами, а также поможет уточнению некоторых представлений о физических свойствах данного полупроводникового соединения. Одним из основных экспериментальных средств современной физики твердого тела являются методы электронографических и микродифракционных исследований, дающие возможность непосредственного наблюдения, стимулирования и изучения таких процессов, как зарождение и рост монокристаллов, включая и эпитаксиальное образование слоев, возникновение в эпитаксиальных пленках сверхструктурных фаз со сверхпериодами [5].

### ЭКСПЕРИМЕНТ

Нами рассмотрен вопрос формирования пленок  $CuInSe_2(Te_2)$  на конденсатах, образующихся на подложках из свежих сколов монокристаллической каменной соли, находящихся при различных температурах [6]. Навески испарялись из вольфрамовых конических спиралей. Расстояние между источниками и плоскостью конденсации – 7 см. Температура подложки увеличивалась с шагом 50 К. Охлаждение осуществлялось в режиме самопроизвольного остывания нагревателя и подложки до комнатной температуры в вакууме, что обеспечивало медленное охлаждение образцов. Расчетная толщина пленок во всех случаях ~ 50 нм.

Аморфная фаза  $CuInTe_2$  формируется при температуре подложек  $T_n=233$  К, электронограмма, от которой содержат диффузные ореолы с значениями  $S=4\pi\sin\theta\lambda$ , =15,78; 32,37; 56,07 нм<sup>-1</sup>.

Показано, что пленки  $CuInSe_2$ , образующиеся на сколах каменной соли в интервале температур подложки от 223К до 373К при скорости осаждения 2нм/сек, имеют аморфную структуру, электронограмму, которые содержат диффузные ореолы со значениями  $S=4\pi\sin\theta\lambda$ , = 19,3; 31,8; 53,6 нм<sup>-1</sup>.

Пленки  $CuInTe_2$  толщиной в 30 нм, полученные испарением синтезированного вещества в вакууме ~10<sup>-4</sup>Па на подложки из свежих сколов  $NaCl$ ,  $KCl$  и  $KBr$ , предварительно подогретые до 423 К, формировались в поликристаллическом состоянии. Поликристаллическая фаза  $CuInTe_2$  на монокристаллических подложках образуется вплоть до  $T_n=448$  К. На электронограммах от поликристаллических образцов, полученных на подложках с  $T_n=458-468$ К помимо основных рефлексов, характерных для известной решетки  $CuInTe_2$ , появляются дифракционные линии, не индицирующиеся при параметрах ЭЯ кристаллической решетки, приведенными в [7].

В области температур подложки от 483 до 493 К образуется смесь поликристаллического образца с мозаичным монокристаллом, при этом с повышением температуры интенсивности дифракционных линий, соответствующих поликристаллу уменьшаются, а точечные рефлексы, свидетельствующие об образовании монокристаллических блоков, возрастают. На электронограммах от этой смеси также появляются дополнительные, не поддающиеся индицировке рефлексы на основе известных периодов  $CuInTe_2$ , слабые дифракционные точечные отражения.

Дальнейшее повышение температуры подложки  $KBr$  до 513 К приводит к формированию

мозаично монокристаллических пленок. (рис.1.) Индексирование всех рефлексов, включая дополнительные слабые, удается при параметре кристаллической решетки,  $a=1,334$  нм. Электронограммы, снятые под углом  $\varphi=30^\circ$ , позволили определить период “с”, который оказался равным 2,759 нм.

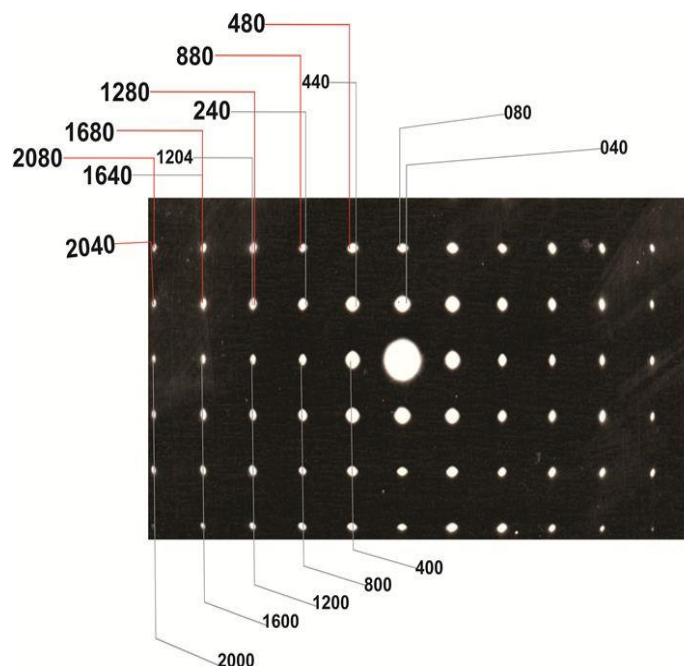


Рис.1. Электронограмма от монокристалла  $CuInTe_2$ .

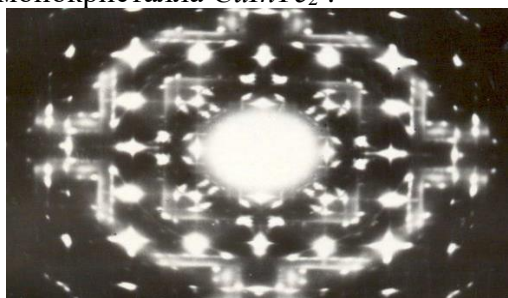


Рис.2. Электронограмма от монокристалла  $CuInTe_2$ , с проявлениями динамических эффектов.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Установленные нами соотношения между периодами решеток  $a=a_0\sqrt{5}$ ;  $c=c_0\sqrt{5}$  указывают на то, что новую кристаллическую решетку можно рассматривать как сверхструктурную исходной решетки  $CuInTe_2$ .

При дальнейшем увеличении температур подложек до  $T_n=533$  К образующиеся монокристаллические пленки  $CuInTe_2$  более совершенны (рис.2.). На электронограммах видны динамические эффекты. Наблюдаемая нами сверхструктурная фаза в эпитаксиальных пленках  $CuInTe_2$  ориентируется плоскостью (100) параллельно грани (100)  $KBr$ . В случае эпитаксиального роста  $CuInTe_2$  на  $KBr$  одна элементарная ячейка сверхструктурной фазы сопрягается с двумя ячейками подложки. При этом относительное несоответствие параметров сопрягающихся кристаллических сеток составляет порядка 2% [8].

Таким образом, нами выявлено, что на подложках из  $KBr$ , создавая определенные условия, можно получить образцы  $CuInTe_2$  с различной субструктурой, включая и сверхструктурной фазы с тетрагональной решеткой со сверхпериодами. На рис. 3. приведены микрофотографии поверхностей монокристаллических пленок  $CuInTe_2$ . Сверхструктура описывается с ПГС  $I4(S_4^2)$  или  $I4_1/amd(D_{4h}^{19})$ .

В интервале температур подложки от  $250^\circ\text{C}$  до  $400^\circ\text{C}$  образующиеся пленки представляют собой смесь моно и поликристаллического конденсата. При этом монокрис-

таллы ориентированы плоскостью (001)  $CuInSe_2$  II (001) $NaCl$ . Размер зерен в конденсатах, полученных на подложках, находящихся при температурах 200-400<sup>0</sup>С, колеблется в интервале 20-40 (рис.4.). Средний размер зерен определялся по формуле

$$\mathcal{E} = L \lambda / B^1 \quad /1/ \quad (5),$$

где  $\mathcal{E}$  – размер рассеивающего кристаллика в данном направлении,  $L\lambda$  – постоянная прибора  $B^1$  – соответствующая полуширина максимума интенсивности отражения.

Увеличение температуры подложки до 773 К при одних и тех же условиях испарения приводит к образованию достаточно совершенных монокристаллических пленок  $CuInSe_2$ , о чем свидетельствуют электронограммы (рис.5.).

Таким образом, эпитаксиальный рост  $CuInSe_2$  на поверхности естественного скола монокристалла  $NaCl$  может протекать с образованием достаточно совершенных монокристаллов  $CuInSe_2$  при температуре подложки ~ 773К, поскольку разница между периодами «а» решеток  $NaCl$  и исследуемого вещества составляет всего 2,6 %. Период «с»  $CuInSe_2 \approx 2a NaCl$ .

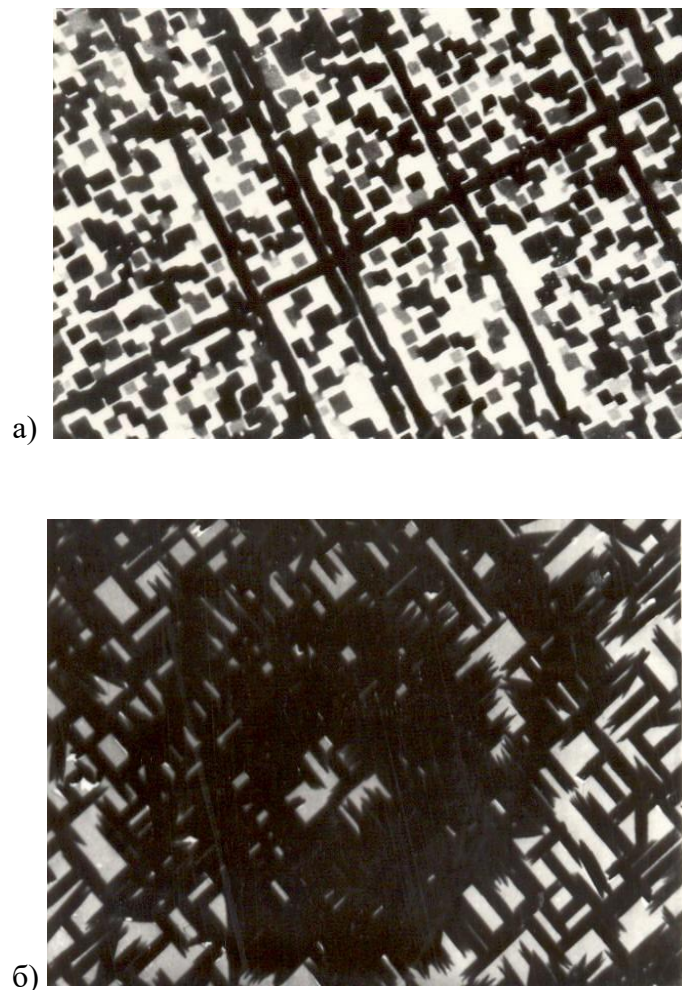


Рис.3. Микрофотографии поверхности слоя  $CuInTe_2$  монокристаллической структуры (а) и проявлениями динамических эффектов (б) (X20000).

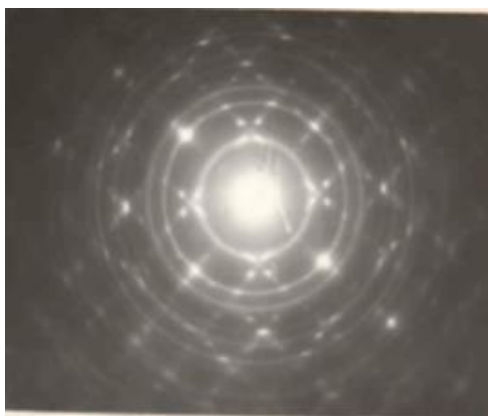


Рис. 4. Электронограмма смеси поли и монокристаллического конденсата  $CuInSe_2$



Рис.5. Точечная электронограмма от пленка  $CuInSe_2$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дергачева М.Б., Уразов К.А. Эффективный тонкопленочный материал на основе  $CuInGaSe_2$  для солнечных элементов. Ресурсо- и энергосберегающие технологии в химической и нефтехимической промышленности VII Международная конференция Российского Химического Общества имени Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА, посвященная 100-летию со дня рождения Л. А. Костандова. 28 октября 2015 года
2. Зи С. Физика полупроводниковых приборов. т. 2 (пер. с английского), Москва, Мир, 1984-455 с.
3. Вайнштейн Б.К. Структурная электронография. М: Изд. Ан СССР, 1956, 315 с.
4. Тартаковский П.С. Экспериментальные основы волновой теории материи. М: 1943. 647 с.
5. Оикава Т., Синдо Д. Аналитическая просвечивающая электронная микроскопия. Издание: Техносфера, Москва, 2006 г., 256 стр., ISBN: 5-94836-064-4
6. Шафизаде Р.Б., Алиев Ф.И., Нуриев М.А., Иванова И.В. Электронографическое исследование формирования вакуумных конденсатов  $CuInSe_2$  -Изв. АН Азерб. ССР, с.физ.-тех.и мат.наук, 1983, № 6, с.43-45
7. Hahn H., Frank G., Klingler W., et. all. Über einige ternäre Chalcogenide mit Sphaleritstruktur//Z.Anorg.Allgem Chem.,1953,v.271,N. 3-4, p.153-170
8. Нуриев М.А. Образование фаз при взаимодействии тонких пленок тройной системы  $Cu-In-Te$  // АМЕА Naxçivan Bölməsi, XƏBƏRLƏR Təbiət və texnika elmləri seriyası N2.2007. с.212-216.

## ABSTRACT

**Mubariz Nuriyev**

This article presents the results of conditions of studies  $\text{CuInSe}_2(\text{Te}_2)$  films formation with varying substructure.

We researched conditions for obtaining films of  $\text{CuInSe}_2(\text{Te}_2)$ , the elucidation of the single crystal layers' conditions formation, as well as the evaluation of these structures' perfection degree. The observed superstructure phase in epitaxial films of  $\text{CuInTe}_2$  is oriented on the plane (100) parallel (100) face of KBr. In the case of epitaxial growth on a KBr  $\text{CuInTe}_2$  one unit cell superstructure phase is accompanied with two substrate cells. The relative mismatch mating crystalline grid is about 2%. The established contact elementary cell lattice between the period of grating superstructure of  $\text{CuInTe}_2$  and the initial grating was  $a=a_0\sqrt{5}$ ;  $c=c_0\sqrt{5}$ .

The films produced in the range of substrate temperatures from 573K to 623K are the mixture of mono and polycrystalline condensate. The grain sizes in the condensates obtained on substrates located at temperatures 473-673K vary in the range of 20-40nm.

Thus,  $\text{CuInSe}_2$  epitaxial growth on the surface of a single crystal's natural cleavage NaCl can flow sufficiently to form a perfect single crystal  $\text{CuInSe}_2$  ~ 773K substrate temperature because the difference between the periods "a" and lattices NaCl mismatch is only 2.6%. Period "c"  $\text{CuInSe}_2 \approx 2a \text{ NaCl}$ .

## XÜLASƏ

**Mübariz Nuriyev**

Məqalədə  $\text{CuInSe}_2(\text{Te}_2)$  nazik təbəqəsinin müxtəlif ifratstrukturlarının formalaşma şəraitlərinin alınmasının tədqiqi nəticələri verilmişdir.

Monokristal təbəqələrin formalaşma şəraiti araşdırılmış və bu strukturların mükəmməllik tərtibi qiymətləndirilmişdir.  $\text{CuInTe}_2$  epitaksial ifratstruktur təbəqələrində (100) müstəvisinin (100) KBr altlığına paralel olması müşahidə olunmuşdur.  $\text{CuInTe}_2$  təbəqəsinin KBr üzərində epitaksial böyüdülməsi halında ifratstrukturunun bir elementar qəfəsi ilə altlığın iki elementar qəfəsinin uyğunluğu müəyyən edilmişdir. Bu zaman uyğun elementar qəfəslər arasındakı nisbi yuğunsuzluq 2% təşkil etmişdir. İlk elementar qəfə ilə ifratstruktur qəfəs ölçüləri arasındakı münasibət  $a=a_0\sqrt{5}$ ;  $c=c_0\sqrt{5}$  olması onu deməyə əsas verir ki, alınan yeni kristal qəfəsə ifratstruktur qəfəs hesab oluna bilər.

NaCl altlığı üzərində 573K temperaturdan 673K temperatura qədər alınan  $\text{CuInSe}_2$  təbəqələrində polikristal və monokristal fazaların qarışığı müşahidə olunmaqdadır. Bu zaman alınan kondensatda kristal zərrəciklərin ölçüləri 20-40 nm intervalında dəyişir. Təbii NaCl kristalı üzərində ~ 773 K temperaturda epitaksial böyümə müşahidə olunur ki, bu zaman kifayət qədər mükəmməl monokristal bloklar alınır monokristalın «a» parametri ilə altlığın parametri arasındakı nisbi yuğunsuzluq 2,6 % təşkil edir.  $\text{CuInSe}_2$  kristalının «c» parametri isə  $\approx 2a \text{ NaCl}$  olur.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

ГУЛУ ГАЗИЕВ

Нахчыванское Отделение НАН Азербайджана

E-mail: [atcc55@mail.ru](mailto:atcc55@mail.ru)

УДК: 539.12

## ПРИРОДА СОЛНЕЧНО-ЗЕМНЫХ СВЯЗЕЙ

*Açar sözlər: günəş ləkələri, günəş alışmaları, fotosfera, günəş fəallığı, Maunder minimumu**Key words: sunspots, solar flares, the photosphere, solar activity, Maunder minimum**Ключевые слова: солнечные пятна, солнечные вспышки, фотосфера, солнечная активность, маундеровский минимум.*

Солнечные пятна и вспышки на Солнце – явления, которые не видны невооруженным глазом, но при этом их влияние распространяется на живую и неживую природу. В работе обсуждается причинно-следственная связь между этими явлениями.

Природа Солнца и его значение для нашей жизни – неисчерпаемая тема. О его воздействии на Землю люди догадывались еще в глубокой древности, в результате чего рождались легенды и мифы, в которых Солнце играло главную роль. Оно обожествлялось во многих религиях. Исследование Солнца – особый раздел астрофизики со своей инструментальной базой, со своими методами. Роль получаемых результатов исключительна как для астрофизики (понимание природы единственной звезды, находящейся так близко), так и для геофизики (основа огромного числа космических воздействий). Постоянный интерес к Солнцу проявляют астрономы, врачи, метеорологи, связисты, навигаторы и другие специалисты, профессиональная деятельность которых сильно зависит от степени активности нашего дневного светила, на котором "также бывают пятна" [2].

По определению, солнечные пятна – это темные области на Солнце, температура которых понижена примерно на 1500 К по сравнению с окружающими участками фотосферы [3]. По сути, солнечные пятна – это область выхода электромагнитных полей в фотосферу.

Считается, что чем больше пятен, тем сильнее солнечная активность. Были введены термины – «солнечный минимум» – это цикл, с практически полным отсутствием пятен, и «солнечный максимум» – это цикл, в период которого образуется множество пятен и корональных выбросов.

Солнечные вспышки – это термоядерные взрывы, возникающие благодаря быстрому сжатию магнитных полей и разгореванию солнечного вещества. Энергия одной из таких вспышек, зарегистрированный 23 февраля 1956 г. была эквивалентна энергии одновременного взрыва миллиона водородных бомб.

Если начать сравнение с определений, то становится ясно, что вспышки, имея в своем основании термоядерные взрывы, должны оказывать на Землю более вредное влияние, чем солнечные пятна. Если сравнивать время, при котором результаты солнечной активности достигают Землю, при солнечных пятнах, электромагнитные излучения вспышек доходят до Земли практически мгновенно (через 8 минут 18 секунд). Потоки же частиц, образующиеся при вспышках, в основном достигают нашей планеты через 1,5-2 суток [1]. И лишь сравнительно небольшая часть движущихся с высокой скоростью частиц преодолевает расстояние между Солнцем и Земли за несколько часов [4].

По данным наблюдений, через 1,5-2 суток после прохождении солнечного пятна или группа пятен через среднюю часть солнечного диска, Земля достигает на своей поверхности максимум магнитного возмущения. Так же в это время на Земле происходят магнитные бури. Это выражается в том, что магнитная стрелка ведет себя беспокойно, совершает

беспорядочные колебания. В телеграфных проводах появляются токи несетового происхождения, которые в редких случаях достигают такой силы, что телеграфные аппараты повреждаются и телеграфная связь нарушается.

Более сто лет назад было высказано предположение о влиянии периодических явлений на Солнце и в первую очередь количества солнечных пятен на погоды на Земле. Для установления такого влияния неоднократно проводились разнообразные статистические сопоставления. Прямого влияния солнечной активности на геофизические явления до настоящего времени проследить не удалось. Однако в отдельных местностях на Земле связь замечается в форме паралелизма хода чисел солнечных пятен с ходом атмосферного давления, температурой, уровнем озер, количеством перистых облаков и другими геофизическими явлениями [5].

В истории наблюдений солнечных пятен есть случай, который наглядно показывает влияние солнечной активности на погоду и температуру. Это – «Минимум маундера», называемый также «маундеровским минимумом». Примерно с 1645 по 1715 годы на Солнце не наблюдались пятна. Позже было установлено, что в этот период совпадает по времени наиболее холодной фазой глобального похолодания климата, отмечающегося в течение XIV-XIX вв. (так называемый малый ледниковый период). Однако прямая связь между двумя этими событиями сегодня оспаривается – многие ученые считают, что незначительный уровень падения солнечной активности не позволяет объяснить глобальное похолодание только этой причиной [6].

Что касается людей, то население Земли делится на две группы, которые по-разному реагируют на вспышки на Солнце. К первой группе относятся те, кто «чувствуют» ее сразу, реагируя на усиленную радиацию во время вспышки, вторая группа людей ощущает ее с «запозданием» 1,5-2 дня, что как раз соответствует времени движения плазмы от Солнца до Земли. Реакция обеих групп в принципе схожа – головные боли, головокружение, боли в области сердца, раздражительность. Для первой группы более характерно подавленное настроение.

Исследователи пришли к выводу, что даже рост и масса новорожденных зависят от числа солнечных пятен: больше пятен на Солнце – меньше рост и масса новорожденного [7].

Ученые, проводя исследования влияния на человеческий организм солнечных вспышек и пятен на Солнце, пришли к выводу, что мужчины и женщины по-разному реагируют на солнечную активность. Некоторые мужчины могут стать более раздражительными и агрессивными, в то время другие испытывают взрыв творческой энергии. Некоторые женщины также могут ощущать влияние солнечных вспышек, но в целом, есть мнение, что женщин солнечная погода затрагивает меньше [8].

Солнце освещает и согревает нашу планету, без этого была бы невозможна жизнь на ней не только человека, но даже микроорганизмов. Солнце – главный (хотя и не единственный) двигатель происходящих на Земле процессов. Но не только тепло и свет получает Земля от Солнца. Различные виды солнечного излучения и потоки частиц оказывают постоянное влияние на её жизнь. Солнце посылает на Землю электромагнитные волны всех областей спектра – от многокилометровых радиоволн до гамма-лучей. Окрестностей Земли достигают также заряженные частицы разных энергий – как высоких (солнечные космические лучи), так и низких и средних (потоки солнечного ветра, выбросы от вспышек). Наконец, Солнце испускает мощный поток элементарных частиц – нейтрино. Однако воздействие последних на земные процессы пренебрежимо мало: для этих частиц земной шар прозрачен, и они свободно сквозь него пролетают. Только очень малая часть заряженных частиц из межпланетного пространства попадает в атмосферу Земли (остальные отклоняет! или задерживает геомагнитное поле). Но их энергии достаточно для того чтобы вызвать полярные сияния и возмущения магнитного поля нашей планеты, все это неизбежно влияет на все живое и возможно неживое на планете Земля.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Биологические ритмы. Москва, Происхождение, 1984, 223 с.
2. Qulu Həziyev, Günəş-Yer əlaqələrinin əsas prinsipləri // AMEA Naxçıvan Bölməsinin Xəbərləri. Təbiət və texniki elmlər seriyası, 2016, cild 12, № 2
3. <http://sky-blog.ru>
4. <http://www.kosmonews.ru>
5. <http://spacereal.ru>
6. <http://geo-storm.ru/flare.htm>
7. <http://spacereal.ru/vliyanie-solnca-na-zhivye-organizmy/>
8. <http://uvovki.obychnogo.net>

## XÜLASƏ

**Qulu Həziyev**

### **Günəş- Yer əlaqələrinin təbiəti**

Günəş ləkələri və Günəş alışmaları adi gözlə görünməsə də onların canlı aləmə və cansız təbiətə güclü təsiri vardır. Günəşin təbiəti və onun bizim həyatımızdakı əhəmiyyəti – tükənməz bir mövzudur. Onun Yerə təsirini insanlar lap qədim zamanlardan hiss etmişlər və Günəşlə bağlı çoxlu əfsanələr və miflər yaratmışlar. Bəzi dinlərdə Günəş ilahiləşdirilərək sitayiş obyektinə çevrilmişdir. Günəşin tədqiqi – öz metod və vasitələri ilə astrofizikada xüsusi yer tutur. Alınan nəticələr həm astrofiziklər üçün (bizə yaxın olan yeganə ulduzun təbiətini öyrənmək məqsədi ilə), həm də geofiziklər üçün (çox sayda kosmik təsirlərinin əsasında Günəş durur) mühüm əhəmiyyətə malikdir.

Təqdim olunan işdə bu hadisələr arasındakı əlaqələrin səbəb və nəticələri araşdırılır. Qeyd edilir ki, “ləkəsiz olmayan” Günəş, astronomlar, həkimlər, meteoroloqlar, rəbitəçilər, naviqatorlar və peşəkar fəaliyyətləri Günəş fəallığı ilə bağlı olan digər peşə sahiblərinin daimi maraq dairəsindədir.

## ABSTRACT

**Gulu Haziyev**

### **Nature Solar-Terrestrial relations**

Sunspots and solar flares - phenomena that are not visible to the naked eye, but their influence on rasprostranyaetsya animate and inanimate nature. The nature of the Sun and its importance to our lives - an inexhaustible subject. Its impact on the Earth people guessed even in ancient times, as a result were born legends and myths in which the sun played a major role. It was idolized by many religions.

Investigation of the Sun - a special section of astrophysics with its instrumental base with its methods. The role of the results is exceptional for Astrophysics (understanding the nature of a single star located so close) and geophysics (basis a vast number of cosmic impacts).

In the present paper we discuss the causal relationship between these phenomena. Constant interest to the Sun show astronomers, doctors, meteorologists, communications, navigators and other professionals whose professional activity is highly dependent on the degree of our daily solar activity, where "there are also spots".

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).



AZAD MƏMMƏDLİ

AMEA Naxçıvan Bölməsi

E-mail: [azad\\_mammadli@yahoo.com](mailto:azad_mammadli@yahoo.com)

UOT: 521.13

## GÖY MEXANİKASINDA DÖVRÜ HƏLLƏR HAQQINDA

*Açar sözlər: göy mexanikası, məhdud üç cisim məsələsi, dövrü həllər**Keywords: celestial mechanics, restricted three-body problem, periodic solutions**Ключевые слова: небесная механика, ограниченная задача трех тел, периодические решения*

Məhdud üç cisim məsələsi, başqa sözlə sıfırdan fərqli kütlələrə malik olan və ümumi kütlə mərkəzi ətrafında Kepler orbiti üzrə hərəkət edən iki maddi nöqtə tərəfindən Nyuton qanunu üzrə cəzb olunan sıfır kütləli maddi nöqtənin hərəkəti haqqında məsələ göy mexanikası məsələləri arasında mühüm yer tutur. Bu məsələ astronomiyada və kosmodinamikada çoxsaylı tətbiqlərə malikdir.

Məhdud üç cisim məsələsini öyrənərkən müxtəlif ədədi və analitik üsullar tətbiq olunur. Bu məsələnin tarixi Eylerdən başlayır. Sonralar o Yakobinin, Hillin, Puankarenin, Levi-Çivitin və Birkqofun işlərində inkişaf etdirilmişdir. Eyler dövründən bizim günlərədək bu məsələ çoxlu sayda tanınmış astronom və riyaziyyatçıların diqqətini özünə cəlb etmişdir.

Məhdud üç cisim məsələsinin aşağıdakı hallarını fərqləndirmək olar: dairəvi məhdud üç cisim məsələsi, elliptik məhdud üç cisim məsələsi, parabolik məhdud üç cisim məsələsi, hiperbolik məhdud üç cisim məsələsi. Daha ətraflı yalnız iki hal, konkret olaraq elliptik məhdud məsələ və dairəvi məhdud məsələ öyrənilmişdir, həm də sonuncu məsələ birinci ilə müqayisədə daha müfəssəl tədqiq olunmuşdur. Dairəvi məsələ ilk dəfə Eylerin Ayın hərəkəti nəzəriyyəsi ilə əlaqədar olaraq həll edilmişdir. Məlum olduğu kimi, bu məsələ Yakobi inteqralı adı ilə məlum olan və klassik ilk inteqrala malikdir. Bu inteqral öyrənilən cismin xarakteri ilə bağlı bir sıra mühüm nəticələr almağa imkan verir.

Məhdud dairəvi məsələdə Yakobi inteqralından əlavə digər heç bir cəbri inteqral yoxdur, ona görə də bu məsələnin ümumi həlli indiyədək tapılmamışdır.

Məhdud üç cisim məsələsi, varlığına ilk dəfə Eyler tərəfindən diqqət yetirilmiş və sonra Laplas və Laqranj tərəfindən ətraflı öyrənilmiş sadə xüsusi həllərə malikdir. Kollinear Eyler həlləri və üçbucaqlı Laqranj həlləri adlanan bu xüsusi həllər beş libراسiya nöqtəsinə (L1, L2, L3, L4, L5) uyğun gəlirlər. Həm də onlardan üçü (L1, L2, L3) əsas cisimlərdən keçən düz xətt üzərində, digər ikisi isə (L4, L5) əsas cisimlərin hərəkət müstəvisində bərabərtərəfli üçbucağın təpələrində yerləşirlər.

Kosmik tədqiqatların praktik tələbləri ilə əlaqədar olaraq libراسiya nöqtələrinə maraq xeyli artmışdır. Məhdud dairəvi üç cisim məsələsinin xüsusi həlləri dövrü orbitlərə sadə misaldır. Lakin, bununla məhdud dairəvi məsələnin bütün məlum dövrü həlləri qurtarmır. Dövrü həllərə digər misal Hill tərəfindən Ayın hərəkət nəzəriyyəsində işlənmiş metodla əlaqədar olaraq verilmişdir. Bunun ardınca Puankare kifayət qədər ümumi metod – üç cisim məsələsinin geniş sinif dövrü həllərini tapmaq və öyrənmək üçün kiçik parametr metodunu yaratdı. Bu metodun əsasında Puankare planet məsələsində üç tip dövrü həllərinin varlığını müəyyən etdi [13]. Bu həllərin xüsusi halları məhdud üç cisim məsələsində birinci, ikinci və üçüncü tip dövrü həlləridir. Qeyd edək ki, Hill həlli birinci tip Puankare dövrü həllərinin xüsusi halıdır.

Puankare metodu üç cisim məsələsində çoxsaylı tətbiqlər tapmış və H. Zeipelin işində yaxşı öyrənilmişdir [15].

Puankarenin tədqiqatlarına çox mühüm əlavə Schwarzschild K. tərəfindən edilmişdir [14]. Schwarzschild K. həlləri Y.V. Batrakov tərəfindən məhdud üç cisim məsələsinin fəza halı üçün ümumiləşdirilmişdir. Onun tapdığı, düynələr xəttinin əsri hərəkətini verən həlləri üçüncü tip Puankare dövrü həllərinin xüsusi halıdır. Digər sinif dövrü həllər E.P. Aksenov tərəfindən tapılmışdır [1].

Q.A. Mermanın işində məhdud dairəvi üç cisim məsələsində və Hill məsələsində yeni sinif dövrü həllər verilmişdir [5]. Merman həlləri yuxarıda baxılan həllərdən törədici həllərin seçilməsi ilə fərqlənir.

Digər tip dövrü həllərin varlığı V.Q. Dyeminin, D.A.Orlovun, M.L.Lidovanın, Q.A.Mermanın

işlərində müəyyən olunmuş və tədqiq edilmişdir.

Dövrü həllərin keyfiyyət metodları ilə varlığının müəyyən olunmasına həsr olunmuş ilk iş E.T.Whittakerə məxsusudur. E.T.Whittaker kriteriyasına əsaslanaraq N.D.Moyiseyevin, H.F.Reynin, V.Q. Dyominin işlərində məhdud üç cisim məsələsində dövrü həllərin tapılmasının digər metodları işlənilib hazırlanmışdır [3].

Məhdud üç cisim məsələsində libراسiya nöqtələrinə yaxın olan dövrü həllər də mövcuddur. Kollinear libراسiya nöqtələri ətrafında hərəkət haqqında məsələyə ilk dəfə olaraq C.V.L. Charlierin [11] və H.C. Plummerin işlərində baxılmış və müstəvi dairəvi üç cisim məsələsinin üçbucaqlı libراسiya nöqtələrinə yaxın kiçik dövrü həllərin iki ailəsinin varlığı müəyyən edilmişdir. Bu işlərlə yanaşı xüsusi olaraq A. Wintner, A. Brauer və Klemens, H.C.Plummer, Şarlye, H. Pollard və Multonun da kitablarını göstərmək olar. məhdud üç cisim məsələsində yeni sinif dövrü həllərin tədqiqinə çox sayda işlər həsr olunmuşdur ki, onlar arasında Y.A. Ryabov [7] və E.P. Aksyonovun [2] daha ümumiləşdirici işlərini seçib ayıraraq qeyd etmək lazımdır.

Analitik və keyfiyyət metodları ilə yanaşı dövrü həllərin axtarılıb tapılması üçün ədədi metodlardan da istifadə olunmuşdur. Bu nəticələr V. Sebexeyin monoqrafiyasında ətraflı təsvir olunmuşdur [8]. Hal-hazırda olduqca çox sayda dövrü həllərin ədədi axtarılması metodları işlənilib hazırlanmışdır.

EHM-dən istifadəyə əsaslanan metodlar A. Deprit, J. Henrard, E. Rabe və digərlərinin işlərində yaradılmışdır. A. Deprit və J. Henrard metodikasının köməyi ilə M.L. Lidova və M.A. Vaşkovyakin məqaləsində ədədi üsulla kollinear libراسiya nöqtələrinə simmetrik trayektoriyaların kütlələri tapılmış və tədqiq edilmişdir, yeni tip trayektoriyalar aşkar olunmuşdur. Q.İ. Şirminin, C. Zagourasin, P. Kazantrisin işlərində kollinear libراسiya nöqtələrinin yaxın ətrafında dövrü həllər qurulmuşdur.

Dövrü həllərə əsaslanaraq, böyük maraq doğuran bəzi asimptotik həllərin öyrənilməsinə başlamaq mümkün olmuşdur.

Ehtimal ki, göy mexanikasının ən mühüm məsələləri libراسiya nöqtələri haqqında məsələdə dayanıqlıq və onların ətrafında dövrü və şərti-dövrü orbitlərin qurulması metodları haqqında məsələdir. Bu məsələlərdən bəziləri və onlarla sıx yaxın olan digər məsələlər A.P. Markeevin kitabında baxılmışdır. Məhdud dairəvi üç cisim məsələsində libراسiya nöqtələrinin dayanıqlığının daha əsaslı tədqiqi A.M. Leontoviç, A. Deprit, A.Q. Sokolskiy və Y.A. Ryabov tərəfindən aparılmışdır.

Son zamanlar mühüm praktik nöqtəyi-nəzərindən elliptik məhdud üç cisim məsələsi tədqiqatçıların marağına səbəb olmuşdur. Bu məsələ ümumi kütlə mərkəzi ətrafında elliptik orbitlər üzrə hərəkət edən iki kütləli cisimlərin cazibəsinin təsiri altında kütləcə və ölçücə olduqca kiçik olan cismin hərəkətinin təyin olunması və öyrənilməsindən ibarətdir.

Q.N. Duboşnin [4] və M.F. Subbotinin [10] kitablarında müxtəlif dəyişən elementlər sistemi üçün tənliliklərin müxtəlif formaları verilmiş, habelə məhdud elliptik üç cisim məsələsinin xüsusi həllərinə baxılmışdır. Bu məsələdə hərəkət tənliliklərinin ən əlverişli forması Hexvil və N.F. Reyn tərəfindən verilmişdir. Məhdud elliptik üç cisim məsələsinin Eyer xüsusi həllərinin dayanıqlığının tədqiqi maraq doğurur. Bu məsələyə çox sayda işlər həsr olunmuşdur. Belə ki, J.M. Danby, E.A. Qrebenikov, A. Bennet, P. Lanzano və A.P. Markeevin işlərində verilmiş məsələdə Eyer həllərinin dayanıqlılığı haqqında problemlər öyrənilmişdir. Bu məsələdə xüsusi həllərdən əlavə müxtəlif sinif dövrü həllərin müəyyən edilməsi və öyrənilməsi xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Məsələn, G.E.O. Giacaglia, P.E. Nanozunun işlərində [12] müəyyən edilmişdir ki, məhdud elliptik üç cisim məsələsində V.Q. Şvarsşild tipli dövrü həllər mövcudur. Sokolov tərəfindən uzun dövrü dövrü həllərin varlığı isbat edilmişdir [9]. P.J. Message və K. Ziolkowsky işlərində verilmiş məsələdə dövrü həllər ədədi tədqiq olunur, Q.A. Mermanın monoqrafiyasında [6] isə müstəvi məhdud elliptik üç cisim məsələsinin limit dövrü həllərinin varlığı haqqında məsələyə baxılır.

## ƏDƏBİYYAT

1. Аксенов Е.П. Один класс периодических решений в ограниченной задаче трех тел // *Астрономический журнал*, 1961, т.38, № 2, с. 336-344
2. Аксенов Е.П. Орбиты произвольного наклона в ограниченной задаче трех тел // *Сборник проблемы движения искусственных небесных тел*, М.: Издательство АН СССР, 1963, с. 65-75
3. Демин В.Г. Один класс ограниченных траекторий спутника сфероидальной планеты // *Труды Университета дружбы народов*, 1966, т.17, вып.4, с. 18 – 22.

4. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1975, 800 с.
5. Мерман Г.А. Новый класс периодических решений в ограниченной задаче трех тел и в задаче Хилла // Труды института теоретической астрономии АН СССР, 1952, № 1, с. 7-86.
6. Мерман Г.А. Почти-периодические решения и расходимость рядов Линдштета в плоской ограниченной задаче трех тел // Труды института теоретической астрономии АН СССР, 1961, т.8, с. 5-134.
7. Рябов Ю.А. О периодических решениях вблизи треугольных точек либрации плоской ограниченной круговой задачи трех тел // Астрономический журнал, 1952, т.29, № 5, с. 582-596.
8. Себехей В. Теория орбит. М.: Наука, 1982, 656 с.
9. Соколов В.Г. О долгопериодических решениях в астероидной задаче трех тел // Бюллетень института теоретической астрономии АН СССР, 1976, т.14, № 4, с. 243-247.
10. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М.: Наука, 1968, 800 с.
11. Charlier C.V.L. On periodic orbits // Lund Obs. Publ, 1901.
12. Giacaglia G.E.O., Nacozy P.E. Resonances in the elliptic restricted problem // Period. Orbits, Stabil. and Resonances. Dordrecht, 1970, p. 96-127
13. Poincare H. Sur certaines solutions particulieres du probleme des trois corps // Bull. Astr., 1884, v.1.
14. Schwarzschild K. Ueber eine classe periodischer Losunger des Dreikorperproblems // Astron. Nachr., 1898, v. 147.
15. Zeipel H. Recherches sur les solutions periodiques de la troisieme sorte dans le probleme des trois corps // Nova Asta Reg. Societ. scient. Upsaliensis. 1904, ser.3.

## ABSTRACT

**Azad Mammadli**

### **On the periodic solutions in celestial mechanics**

This paper deals with one of the urgent problems of celestial mechanics – finding of periodic solutions, or periodic orbits, in the restricted three-body problem. A review of works devoted to this problem’s solution by various methods from the Euler’s times to the present is carried out. Periodic orbits play an important role in the classification and division into classes of orbit sets. Some periodic or asymptotic solutions can be constructed from the linearized solutions obtained in the problem of passively gravitating body motion around libration points. Libration points are of practical interest in the restricted three-body problem, in accordance with the requirements of space research. In this paper are also reflected the results of the authors’ works on finding stationary solutions – libration points – and establishment of their Lyapunov stability.

## РЕЗЮМЕ

**Азад Мамедли**

### **О периодических решениях в небесной механике**

Настоящая работа посвящена одной из актуальных проблем небесной механики – нахождению периодических решений, или периодических орбит в ограниченной задаче трех тел. Приведен обзор работ посвященной решению этой проблемы различными методами со времен Эйлера по настоящее время. Периодические орбиты играют важную роль в классификации совокупности орбит и разделение их на классы. Некоторые периодические или асимптотические решения можно построить из линеаризованных решений, полученных в задаче о движении пассивно-гравитирующего тела вокруг точек либрации. Точки либрации в ограниченной задаче трех тел, в соответствии с требованиями космических исследований, представляют практический интерес. В данной работе также отражены результаты работ авторов по нахождению стационарных решений – точек либрации и установление их устойчивости в смысле Ляпунова.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

**SEYFƏDDİN CƏFƏROV**  
**FƏRMAN QOCAYEV**

*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

UOT: 539

## BİRCİNS POLİKİRİSTAL XƏLİTƏLƏRİNİN ALINMASI

*Açar sözlər: bərk məhlullar, kristallizasiya, seqreqasiya*

*Keywords: solidsolutions, crystallization, segregation*

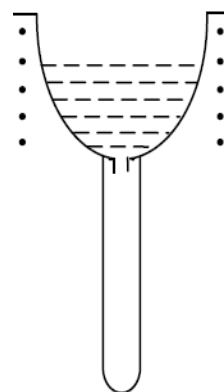
*Ключевые слова: твердые растворы, кристаллизация, сегрегация*

Çağdaş dövrümüzə yarımkeçirici maddələrin elm və texnikada tətbiqi bir sıra hallarda yarımkeçirici bərk məhlullardan tərkibi müntəzəm paylanmış böyük ölçülü poli-kristal xəlitələrin hazırlanmasını tələb edir. Buna misal Si-Ge olaraq binar bərk məhlullarının polikristal şəkildə yüksək temperatur oblastında termoelektrik generatoru kimi istifadə olunmasını göstərmək olar [1]. Onu da qeyd edək ki, termogenerator kimi Ge-Si sisteminin silisiumla zəngin oblastı istifadə edilir. Generatorun yüksək effektivliyi, bir tərəfdən, elektrik keçiriciliyinin və termoelektrik hərəkət qüvvəsinin böyük olması, digər tərəfdən isə, istilikkeçirmə əmsalının kiçik olması nəticəsində yaranır.

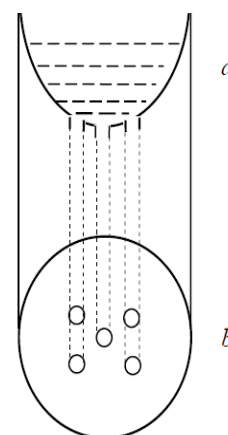
İstilikkeçirmənin kiçik olmasının səbəbi fononların xəlitə nizamsızlığından səpilməsidir. Doğrudur, düşünmək olar ki, xəlitə nizamsızlığından səpilmə elektrik keçiriciliyini də azaltmalıdır. Çünki, yükdaşıyıcıları da xəlitə nizamsızlığından səpilməlidir. Lakin belə səpilmə yalnız çox aşağı temperaturlarda özünü göstərə bilər. Termogeneratorun tətbiq edildiyi yüksək temperaturlarda isə bu səpilmə istilik rəqslərindən səpilmə mexanizminin fonunda nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olur. Bundan başqa, zona əritmə üsulu ilə binar bərk məhlulların böyük ölçülü yüksək keyfiyyətli qidalandırıcı xəlitələrini hazırlamaq üçün əvvəlcə onu bircins polikristal şəkildə düzəltmək tələb olunur [2].

Bu cür xəlitələrin hazırlanmasının ən optimal üsulu [3]-də verilmişdir. Bu üsul kiçikölçülü xəlitələrin düzəldilməsində uğurla həyata keçirilir. Lakin böyükölçülü xəlitələrin düzəldilməsi üçün o, yararlı deyil. Hazırkı işdə təklif edilən üsul bu çatışmazlığı aradan qaldırmağa imkan verir.

[3]-də təklif olunan üsulun çatışmayan cəhətini göstərmək üçün onun mahiyyətini yada salaq. Əvvəlcə yüksək təmizliyə malik olan kvarts şüşəsindən xəlitə üçün qəlib düzəldilir (qəlibi adi şüşədən də düzəltmək olar, bu şərtlə ki, bərk məhlulun likvidus əyrisinə təfavüt edən temperaturlar şüşənin yumşalma hüdudundan aşağıda olsun). Xəlitənin ərintisini əldə etmək üçün nəzərdə tutulan putanın dibində onun tam mərkəzində diametri 0.5-1 mm olan deşik açılır. Hazırlanmış qəlib putanın altına şaquli vəziyyətdə elə qaynaq edilir ki, onun həcmi putanın daxili ilə hermetik birləşsin (şəkil 1). Yüksək vakuum alındıqdan sonra putaya qoyulmuş maddə əridilir və o bircins hala gəldikdən sonra sistemə təmizlənmiş inert qaz buraxılır. Qazın mayenin səthinə göstərdiyi təzyiqli qüvvəsinin təsiri ilə ərinti şırnaq şəkilli axınla qəlibə dolur. Burada ərinti böyük sürətlə soyudulduğu üçün bərk məhlulun komponentləri seçilib ayrılmağa macal tapmır. Ona görə hazırlanmış xəlitənin oxuna perpendikulyar kəsiklərində onun tərkibi eyni olur. Ərinti mümkün qədər kiçik müddətdə putadan qəlibə dolmalıdır ki, soyuq qaz kütləsi konveksiya nəticəsində onu bərkitməyə (dondurmağa) macal tapmasın. Böyük həcmli xəlitə üçün burada göstərilən sxemlə buna nail olmaq mümkün deyil. Bunun üçün tələb olunan vaxt ərzində putadakı ərintinin bir hissəsi bərkiyəcək. Putanın dibindəki deşiyin diametrini böyütməklə də buna nail olmaq mümkün deyil. Deşiyi çox böyütmək olmaz, çünki deşik böyük olduqda oturacağı deşik diametrinə bərabər olan silindrik maye sütununun



Şəkil 1.



Şəkil 2.

yaratdığı ağırlıq qüvvəsi səthi gərilmə qüvvəsinə üstün gəlir və ərinti vaxtından əvvəl axıb qəlibə dolar. Bu isə prosesin pozulması deməkdir.

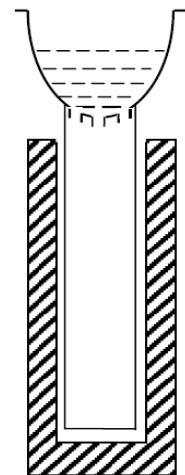
Hazırkı işdə təklif edilən üsul göstərilən çatışmazlıqları aradan qaldırmağa imkan verir. Bunun üçün düzəldilməsi lazım gələn xəlitənin ölçüsündən asılı olaraq, putanın dibində çoxsaylı deşiklər açılır. Deşiklərin diametrlərinin ölçüləri 0.5-1 mm tərtibində götürülür. Şəkil 2-də dibində 5 deşik olan belə bir kvarts putanın qarşından və üstədən görünüşünün proyeksiyaları verilmişdir. Şəkil 2a-da deşiyin iki cütü üst-üstə düşdüyü üçün üç deşik görünür. Şəkil 2b-də isə onların hamısı aydın görünür. Putanın dibi müəyyən qədər girdə düzəldilir ki, prosesin sonunda onun içərisində ərinti qalmasın. Belə putanın dibinə hazırlanmış qəlib hermetik şəkildə qaynaq edilir (şəkil 3). Qəlibin aşağı ucu (dibi), xəlitənin tətbiq edilmə məqsədindən asılı olaraq, müxtəlif şəkildə düzəldilə bilər. Təcrübənin aparılma ardıcılığı belədir. Xəlitənin qəlibi putaya qaynaq edildikdən sonra o, vakuum qurğusunda elə yerləşdirilir ki, ona birləşdirilmiş qəlib şaquli vəziyyətdə dayanmış olsun. Bundan sonra putaya, xəlitənin tərkibinə uyğun olaraq təmiz komponentlərin mikroanalitik tərəzidə çəkilmiş kütlələri yerləşdirilir. İşçi həcmdə yüksək vakuum ( $10^{-4}$  -  $10^{-5}$  tor) yaradılır və qızdırıcı qoşulur. Temperatur elə tənzim edilir ki, əvvəlcə ərimə nöqtəsi daha kiçik olan komponent (bizim halımızda germanium) əriməyə başlasın. Temperaturu daha da yüksəltmək olar. Lakin əksər halda buna ehtiyac qalmır. Çünki hər iki komponent maye halda da məhlul yaratdığı üçün ikinci komponent (hazırkı işdə silisium) qısa bir zamanda birinci komponentin mayesində həll olaraq ona qarışır. Putada temperatur bərk məhlulun verilmiş tərkibində hal diaqramına görə likvidus əyrisinə uyğun gələn qiymətdən 15-20 dərəcə artıq olmalıdır ki, sistemə təsirsiz qaz buraxıldıqda ondakı ərinmiş kütlə bərkiməsin. Ərintinin biricins hala gəlməsinə və temperatur rejiminin düzgün seçilməsinə əmin olduqdan sonra sistemə təmizlənmiş təsirsiz qaz buraxılır. Qazın təzyiqinin 0,5-0,8 atm. intervalında olması kifayətdir. Sistemdə vakuum yaradılan zaman putanın dibinə hermetik birləşdirilmiş qəlibin daxilində də vakuum şəraiti yaranır. Ona görə də sistemə qaz buraxıldıqda onun maye səthinə göstərdiyi təzyi qüvvəsinin təsiri ilə ərinti putanın dibindəki deşiklərdən şırnaqla axaraq qəlibin içərisinə daxil olur. Qəlibə tökülən maye kütləsinin böyük sürətlə kristallaşmasını təmin etmək üçün qəlib istiliyi yaxşı keçirən maddədən (latun, paslanmayan dəmir, mis) düzəldilmiş qalın divarlı içi boş silindrin içərisinə geydirilir (bax: şəkil 3). Silindrin qapalı olan alt oturacağı qurğunun axar su ilə soyudulan gövdəsi ilə təmasda olur. Bu isə qəlibə tökülən maye kütləsinin daha da sürətlə kristallaşmasına səbəb olur. Proses sona çatdıqdan sonra qızdırıcı söndürülür və o, tədricən otaq temperaturuna qədər soyuyur. Puta xəlitə ilə birlikdə qurğudan çıxarılır. Xəlitənin borusu putaya yaxın yerdən elə kəsilir ki, onu (putanı) təkrar istifadə etmək mümkün olsun. İçərisində xəlitə olan kvarts boru ehtiyatla sındırılaraq xəlitə ondan çıxarılır və nəzərdə tutulan məqsəd üçün istifadə edilir. Təsvir olunan rejimdə hazırlanmış xəlitə boyunca tərkibin inteqral qiyməti sabit qalır. Diametri 2 sm olan bu cür hazırlanmış 90 at.% Ge-Si at.% tərkibli xəlitə boyunca sıxlığın paylanması şəkil 4-də göstərilmişdir. Sıxlığı ölçmək üçün xəlitənin müxtəlif hissələrindən diskşəkilli nümunələr kəsilir.

Hər bir nümunə mikroanalitik tərəzinin köməkliliyi ilə əvvəl havada, sonra isə distillə edilmiş suda çəkilir. Suda çəkmək üçün nümunə 20 mkm diametrlili məftilə tərəzinin bir gözündən asılaraq suyun içərisinə daxil edilir. Nümunənin sıxlığı düsturla belə təyin edilir: (d)

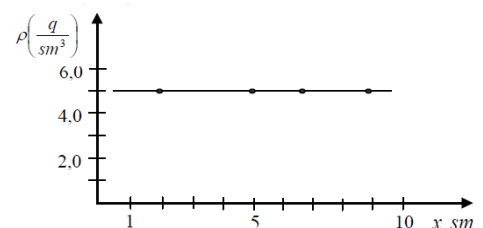
$$d = \frac{m_1(d_1 - d_2)}{m_1 - m_2} + d_2$$

Burada  $m$  və  $m$  nümunənin uyğun olaraq havadakı və sudakı kütləsi,  $d$  -suyun,  $d_2$  -havanın sıxlığıdır (havanın və suyun temperaturu nəzərə alınır).

[4]-də sistemi üçün sıxlığın tərkibindən asılılığı 0,3% dəqiqliklə təyin edilmişdir. Daxilində 10 at.% Si olan tərkib üçün alınan qiymətdir.



Şəkil 3.



Şəkil 4.

$$d = 5,0440 \frac{g}{cm^3}$$

Şəkil 4-dən alınan qiymət təcrübənin xətası daxilində həmin qiymətlə eynidir.

### ƏDƏBİYYAT

1. Abeles B., Cohen R.J. Термо-электрический генератор на основе сплавов Ge-Si (Thermoelectric generators Ge-Si on alloys). J.Appl.Phys, 35, 1964, p.247
2. Tahirov V.İ., Qəhrəmanov N.F. və b. Zona əritmə yolu ilə qidalandırıcı xəlitənin hazırlanması üsulu. Müəlliflik şəhadətnaməsi. Az. Respub. Stand. Metrologiya və patent üzrə Dövlət Agent. Patent idarəsi №a2003, 0078. 22.04.2003
3. Таиров С.И. Выращивание монокристаллов твердых растворов германий-кремний и исследование их электрических свойств. Кандидатская диссертация. Баку, 1967, 120 с.
4. Dismukes J.P., Ekstrom L., Paff R.J. Lattice parameter and density of Ge-Si alloys. J.Phys. Chem.68, 10, 1964, p.3021-3027.

### ABSTRACT

**Seyfaddin Jafarov, Farman Qojayev**

A new method of making homogeneous polycrystalline alloys has been worked out. Several narrow holes ( $d=0,5\div 1mm$ ) are made at the bottom of the crucible. A stencil made of fused quartz is connected with the crucible bottom hermetically by welding. To take an alloy one has to put the necessary amounts of the components into the crucible and melt it at high vacuum. When the melt becomes homogeneous one lets an inert gas (helium) go into the plant (camera). Under the pressure of the gas the melt streams into the stencil through the holes at the crucible and it freezes there quickly. To cool the melt quickly the stencil is put into a hollow cylinder with thick walls. The base of the cylinder is connected to the frame work of the plant which is cooled by running water. Alloys made in this way have the same content along all its length. The method applied to Ge-Si solid solutions. The density investigation proved them to be homogeneous.

### РЕЗЮМЕ

**Сейфаддин Джафаров, Фарман Годжайев**

#### Получение однородных поликристаллических слитков

В работе предложен новый метод получения однородных поликристаллических слитков бинарных твердых растворов больших размеров. На дне тигля, предназначенного для расплавления материала, делается несколько малых отверстий с диаметрами мм. Верхний конец кварцевого шаблона, приготовленного в форме требуемого слитка, приваривается ко дну тигля с таким расчетом, чтобы он охватывал все отверстия и герметически сообщал с общей емкостью тигля и шаблона. При установке тигля на рабочую станцию шаблон должен стоять в вертикальном положении. Соответствующие количества чистых компонентов твердого раствора загружаются в тигель и плавятся при высоком вакууме. Затем в рабочий объем напускается очищенный инертный газ (гелий) до  $(0,5\div 0,8)$  атмосферного давления. Под давлением газа расплав тонкими струями течет в шаблон и быстро кристаллизуется. Шаблон выдвигается в толстостенный цилиндр, изготовленный из материала с большой теплопроводностью. Нижнее закрытое основание цилиндра находится в контакте с основанием установки, которое охлаждается проточной водой. Это ускоряет охлаждение слитка. Приготовленный таким образом поликристаллический слиток по всей длине имеет одинаковый состав.

Применением предложенного метода получены однородные слитки сплава в Ge-Si, содержащих 10 ат.% Si. Однородность проверялась измерением плотности в различных участках слитка.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).



NAİLƏ QARDAŞBƏYOVA  
AYGÜN SULTANOVA  
Naxçıvan Dövlət Universiteti

UOT: 539

## PARÇALANMIŞ YÜKLÜ QIRAQ DİSLOKASIYALARIN KÖMƏYİ İLƏ $A^2B^6$ TIPLİ BİRLƏŞMƏLƏRDƏ DİSLOKASIYALARIN TİPİNİN TƏYİNİ

**Açar sözlər:**  $A^2B^6$ -tipli birləşmələr, Bürgers vektoru, qəfəs sabiti, parçalanmış dislokasiyalar, Kulon qarşılıqlı təsir,  $\alpha$  və  $\beta$  dislokasiyalar.

**Key words:**  $A^2B^6$ -compounds type, Burgers vector, lattice constant, braggmented dislocations, Kulon interaction,  $\alpha$  and  $\beta$  dislocations.

**Ключевые слова:** Соединения  $A^2B^6$ -типа, вектор Бургеры, постоянная решетки, раздробленность дислокации, Кулоновское взаимодействие,  $\alpha$  и  $\beta$  дислокации.

Vürüsət və ya sfelirit quruluşlara malik  $A^2B^6$  tipli yarımkeçirici birləşmələrdə hərəkət edən dislokasiyaların nüvəsinin II və ya IV qrup atomlardan təşkil olunmasından və dislokasiyaların sürüşən və ya qablaşdırılan olmasından asılı olaraq dörd əsas qrupa bölünürlər. Əgər dislokasiyalar sürüşən dislokasiyalar sinifinə aiddirsə və onun mərkəzində  $A^2$ -atomları durursa o,  $A(g)$  ilə işarə edilir və əksinə əgər dislokasiyalar sürüşən dislokasiyalar tipinə aid deyilsə və dislokasiyanın nüvəsində  $B^6$  atomları durursa onlar  $B(s)$  kimi işarə edilir. Eyni ilə də  $B$  atomları sürüşən dislokasiyaların,  $A$  atomları isə sürüşməyən dislokasiyaların nüvəsini təşkil edərsə onlar uyğun olaraq  $B(s)$  və  $A(s)$  kimi işarə edilir. Eyni Bürgers vektorlarına malik  $A(g)$  və  $B(s)$  tipli dislokasiyalar,  $\beta$ -dislokasiyalar,  $B(g)$  və  $A(s)$  tipli dislokasiyalar isə  $\alpha$  tipli dislokasiyalar adlanır. Yarımkeçirici nümunə daxilində dislokasiyaların  $\alpha$  və  $\beta$ -tipə aid olmalarını elektron – mikroskopik ölçmələrlə müəyyən etmək mümkün olmur. Bu məqsədlə parçalanmış dislokasiyaların qarşılıqlı təsirinə əsaslanan rezonans effektindən istifadə etmək daha məqsədəuyğundur.

$A^2B^6$ - tipli birləşmələrdə dislokasiyalar xüsusi dislokasiyalara (Bürgers vektoru qəfəs sabitindən kiçik) parçalandığı üçün onların xassələrinin tədqiqində parçalanmış dislokasiyaların qarşılıqlı təsirinə baxmaq lazımdır [1].

Parçalanmış dislokasiyalar sisteminin tam enerjisi, dislokasiyalar arası elastiki qarşılıqlı təsirin, parçalanmış dislokasiyalar sistemində yaranan qablaşdırma effektinin, dislokasiyalararası Kulon qarşılıqlı təsir enerjisinin cəmindən ibarət olur :

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = \frac{E_0 b_1 b_2}{2\pi(1-\nu)} \left[ \ln \frac{d_0}{d} - 1 \right] + \frac{f^2 e^2 L}{2\pi \epsilon \epsilon_0 a^2} \ln \frac{R}{2d} + 2Gd$$

Burada,  $E_0$ -deformasiya potensialı sabiti,  $\nu$ -Puasson əmsalı,  $f$  - dislokasiyanın elektronlarla dolma əmsalı,  $a$  - dislokasiya boyunca qəfəs sabiti,  $d$  - dislokasiyalar arası məsafə,  $R$  - qıraq yüklü dislokasiyanın  $Rid$  silindrinin radiusu,  $b_1$  və  $b_2$  - parçalanmış dislokasiyaların Bürgers vektorunun qiyməti,  $G$ -bükülmə deffektinin enerjisidir,  $d_0$ -tarazlıq halında parçalanmış dislokasiyalar arasındakı məsafədir. Tarazlıq halında  $u$  enerjisinin minimumluq şərtindən

$$d = \frac{E_0 b_1 b_2}{4\pi G(1-\nu)} \left[ 1 + \frac{e^2 f^2 (1-\nu)L}{E_0 b_1 b_2 \varepsilon \varepsilon_0 a^2} \right] = d_0 + \Delta d$$

olur.

Parametrlərin verilmiş qiymətində  $\Delta d / d_0 = e^2 f^2 (1-\nu) / E_0 b_1 b_2 \varepsilon \varepsilon_0$   $\tilde{\alpha} \leq 0,2$  olur, yəni dislokasiyalar arası kulon qarşılıqlı təsirinin dislokasiyalar arası məsafəyə verdiyi pay  $\leq 20\%$  olur ki, bu da təcrübənin dəqiqliklə təyin etmə sərhəddində durur [2].

Təcrübi olaraq kulon qarşılıqlı təsirinin verdiyi payı ölçmək üçün  $\Delta d > 10 \overset{0}{A}$  olmalıdır.

$$\Delta d = (ef/a)^2 / 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 G$$

ifadəsindən və yuxarıdakı eksperimental göstəricilərdən istifadə edərək  $\alpha$  və  $\beta$  dislokasiyalar üçün  $b$  kəmiyyəti hesablasaq aşağıdakı nəticələri alarıq.

**Cədvəl 1**

materiallar	$t^0, C$	$\Delta d$ kəmiyyətinin qiyməti $\left( \overset{0}{A} \right)$	
		$\alpha$	$\beta$
<i>CdS</i>		0,43	0,44
<i>ZnTe</i>		0,12	0,12
<i>CdTe</i>	20	0,14	0,15
<i>CdTe</i>	100	0,15	0,14
<i>CdTe</i>	310	0,15	0,15

Hesabatlar aparılarkən  $\varepsilon_0$  və  $\alpha$  kəmiyyətlərinin qiymətləri aşağıdakı kimi götürülmüşdür.

$G$  kəmiyyətinin qiymətləri cədvəl 1-dən götürülmüşdür [3].

Bu cədvəldən də görüldüyü kimi,  $\Delta d < 1 \overset{0}{A}$  olduğu üçün  $A^2 B^6$  - tip birləşmələrdə  $\alpha$  və  $\beta$  dislokasiyaların bir-birindən fərqləndirilməsi statik müşahidələrlə mümkün olmur və bu istiqamətdə edilən cəhdlər ümidverici olmur.

Bu məqsədlə  $A^2 B^6$  - tipli birləşmələrdə  $\alpha$  və  $\beta$  dislokasiyaları bir – birindən ayırmaq üçün təklif edilən rezonans üsulu daha səmərəli və ümidverici olardı. Parçalanmış dislokasiyalar cütü dislokasiyaların öz oxları ətrafında rəqsi hərəkəti nəticəsində müəyyən məxsusi tezliyə malik olurlar ( $\omega_0$ ). Bu tezliyi təyin etmək üçün yüklü dislokasiyanı tarazlıq vəziyyətindən  $\delta x_0$  - dən meyl etdirən  $F$  qüvvəsini təyin edək. Dislokasiyanın vahid uzunluğuna düşən tam enerjinin ifadəsindən  $\delta x$  nəzərə alınaraq

$$F = - \frac{\partial \delta w}{\partial (\delta x)} = - \frac{G}{2d} \delta x$$

olar və elastiki hərəkət tənliyindən

$$\omega_0^2 = \left( \frac{G}{2dm} \right) = \frac{4\pi G^2 (1-\nu)}{2\mu E_0 b_1 b_2} \left[ 1 - \frac{e^2 f^2 (1-\nu)L}{E_0 b_1 b_2 \varepsilon \varepsilon_0 a^2} \right]$$

olduğunu alarıq. Burada

$$M = \rho \frac{b_1 b_2}{2\pi} \ln \frac{L}{R}$$

dislokasiyanın vahid uzunluğuna düşən kütləsidir. Parametrlərin  $d \sim 10^{-8} m$  və *Si* kristalı üçün  $G = 58 mC/m^2$  olduğundan  $\omega_0 \sim 10^{11} san^{-1}$  olur.  $A^2 B^6$  kristal birləşmələri üçün isə yuxarıda aldığımız qiymətlərdən  $\omega_0 \sim 10^{10} san^{-1}$  olduğunu alarıq.  $\omega_0 \sim \omega$  olduğu üçün və  $A^2 B^6$



birleşmələrində  $\alpha$  və  $\beta$  dislokasiyalar üçün bu kəmiyyət müxtəlif olduğundan uyğun məxsusi tezliklər də müxtəlif olar [4].

Xarici elektromaqnit sahənin təsiti altında dislokasiyanın dolma əmsalı  $f$  periodik olaraq dəyişdiyi üçün, bu sistemdə  $\omega_0$  məxsusi tezlikli rəqslər yaradır. Bu tezliklərdə isə parçalanmış dislokasiyaların elektrik yükünün ( dolma əmsalının ) rəqsləri və ya dislokasiyaların ifrat yüksək tezlikli keçiriciliyi bu tezliklərdə müəyyən məxsusiyyətə malik olar. Bu məxsusiyyətlərin müşahidə olunduqları tezliklər isə dislokasiyanın  $\alpha$  və ya  $\beta$  - tipli olduğunu göstərir.

## ƏDƏBİYYAT

1. Vəliyev Z.Ə. Dislokasiyalı yarımkeçiricilər. Elm və texnika yenilikləri. Bakı, 1999, № 3, s.32-37
2. Qardaşbəyova N.A. Dislokasiyalı yarımkeçiricilərdə rekombinasiya hadisələri. Beynəlxalq simpoziumun materialları. Naxçıvan, 2000 s. 152
3. Ансельм А.И. Введение в теорию полупроводников. М., Наука, 1978
4. Аскеров В.М. Электронные явления переноса в полупроводниках. М., Наука, 1985, 318 с.

## ABSTRACT

**N. Kardashbekova, A. Sultanova**

### **Fragmented installed on the margins of the $A^2B^6$ - type units with the help of dislocations determination of the type of dislocations**

In particular the  $A^2B^6$  - type bormations dislocations to special dislocations (Burgers vector of the cage cinstant small) to split the study of their properties were dirided on the interactions of dislocations.

Here is the Kulon interactions of the distance between bragmented dislocations this distance was dependent on the addition. It is shown that such formations of the  $A^2B^6$  to distinguish between  $\alpha$  and  $\beta$  dislocations can not be static obsewations.

To this end the  $A^2B^6$  - type bormations to distinguish between  $\alpha$  and  $\beta$  dislocations proposed resonance method is more effective.

## РЕЗЮМЕ

**Н. Гардашбекова, А. Султанова**

### **Фрагментированных уstonовлены на полях блоков $A^2B^6$ – типа с помощью определения дислокаций типа дислокаций**

Вот формации  $A^2B^6$  -типа дислокацию специальный дислокация (вектор Бюгерса постоянная маленькую клетку) на взаимодействие дислокаций были разорваны в изучении их свойств.

Здесь Кулоновское взаимодействие расстояния между фрагментированным дислокацию это расстояние зависит от того.Роказано, что дислокации в соединениях  $A^2B^6$  – типа между  $\alpha$  и  $\beta$  не предетавляется возможным, чтобы отличить его от статических навлудений.

С этой целью, формации  $A^2B^6$  – типа для различения между  $\alpha$  и  $\beta$  дислокаций предложенный метод резонанса является боли эффективным.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

Məqaləni çapa təqdim etdi: *Fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent*

**QORXMAZ HÜSEYNOV***AMEA Naxçıvan Bölməsi**E-mail: qorxmazhuseynli@rambler.ru***UOT: 544.01:546.05****AgAsS<sub>2</sub> VƏ Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub> BİRLƏŞMƏLƏRİNİN ALINMASI ŞƏRAİTİNİN  
TERMODİNAMİK TƏDQIQI***Açar sözlər: diaqram, elektrod potensialı, mühit, nanohissəcik, komponent**Key words: diagram, electrode potential, environment, nanoparticle, component**Ключевые слова: диаграмма, электродный потенциал, среда, наночастица, компонент*

Qeyri-üzvi birləşmələrin sulu məhlullarda alınma şəraitini öyrənmək üçün E–pH diaqramları tətbiq edilir. Bu diaqramların qurulmasını ilk dəfə Purbe təklif etmişdir [5]. Purbe diaqramları sistemin dayanıqlıq vəziyyəti və ya hər hansı bir reaksiyanın baş vermə mümkünlüyü haqqında kimyəvi-termodinamik məlumatlar verir. Bu diaqramların köməyi ilə oksid, hidrokسيد və duzların sintezi şəraitini əvvəlcədən müəyyən etmək olur.

Diaqramı qurmaq üçün əvvəlcə suyun davamlılıq sərhəddi təyin edilir. Bunun üçün suyun E–pH diaqramı qurulur.  $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$  reaksiyası üzrə suyun davamlılığının yuxarı sərhəddi  $P_{O_2} = 10^5 Pa$  müvafiq olaraq aşağıdakı bərabərlik üzrə təyin edilir:

$$E = E^0 + \frac{0,0591}{4} \cdot \lg \frac{P_{O_2} [H^+]}{[H_2O]}.$$

25<sup>0</sup> C-də  $P_{O_2} = 10^5 Pa$  olduğundan suyun aktivliyi vahidə bərabər olur. Onda tənlik bir qədər sadələşir:

$$E = E^0 - 0,0591 pH.$$

Reaksiyanın sərbəst enerjisinin dəyişməsinə aşağıdakı kimi hesablaya bilərik:

$$\Delta G^0 = 2 \cdot (-237,346) - 4 \cdot (0) - 1 \cdot (0) = -474,692 kC/mol$$

Bu qiymətdən istifadə edərək,  $E^0$ -in qiymətini aşağıdakı kimi tapa bilərik:

$$E^0 = -\frac{\Delta G^0}{nF} = -\frac{-474,692}{4 \cdot 96,529} = 1,23V.$$

Elektrod potensialının (E) qiymətinin mühitin pH-dan asılılığını təyin etmək üçün aşağıdakı bərabərlikdən istifadə edilir:

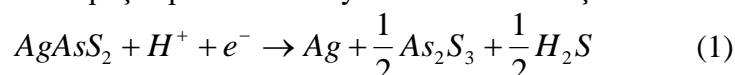
$$E = E^0 - 0,0591 pH = 1,23 - 0,0591 pH.$$

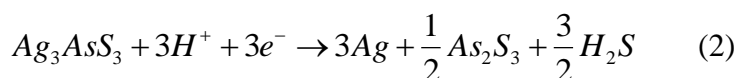
Oxşar qaydada suyun  $2H_2O + 2e^- \rightarrow H_2 + 2OH^-$  reduksiya reaksiyasının elektrod potensialının pH-dan asılılığını hesablaya bilərik:

$$E = 0,00 - 0,0591 pH.$$

Buradan belə bir nəticəyə gəlmək olar ki,  $E > 1,23 V$  (pH=0) olduqda su oksidləşərək  $O_2$  əmələ gətirir.  $E < 0$  olduqda isə suyun reduksiyası nəticəsində  $H_2$  alınır. Bu şəraitdə sulu məhlulda olan müvafiq birləşmələrin oksidləşməsi və reduksiyası baş verir.

Yuxarıda göstərilən məlumatları nəzərə alaraq sulu məhlulda  $AgAsS_2$  və  $Ag_3AsS_3$  birləşmələrinin davamlılıq sərhədlərinin termodinamik analizi aparılmışdır. Bunun üçün müvafiq birləşmələrin  $H^+$  ionları ilə qarşılıqlı təsir reaksiyaları tərtib edilmişdir:





Reaksiyada iştirak edən müvafiq birləşmələrin ədəbiyyatda [1, 2] verilmiş izobar-izotermik potensiallarının qiymətlərinə əsasən, reaksiyaların sərbəst enerjiləri aşağıdakı kimi hesablanmışdır:

$$\Delta G_{(1)} = -\Delta G_{AgAsS_2} - \Delta G_{H^+} + \Delta G_{Ag} + \frac{1}{2}\Delta G_{As_2S_3} + \frac{1}{2}\Delta G_{H_2S} = -(-75,69) - (0) + (0) + \frac{1}{2}(-168,6) + \frac{1}{2}(-126) = -71,61 kC/mol$$

$$\Delta G_{(2)} = -\Delta G_{Ag_3AsS_3}^0 - 3\Delta G_{H^+}^0 + \Delta G_{Ag}^0 + \frac{1}{2}\Delta G_{As_2S_3} + \frac{3}{2}\Delta G_{H_2S}^0 = -(-121,4) - 3 \cdot (0) + 0 + \frac{1}{2}(-168,6) + \frac{3}{2}(-126,0) = 121,4 - 273,3 = -151,9 kC/mol$$

Alınmış izobar-izotermik potensialların qiymətlərinə əsasən, reaksiyaların standart elektrod potensialları hesablanmışdır:

$$E_{(1)}^0 = -\frac{-71,61}{96,529} = 0,742V$$

$$E_{(2)}^0 = -\frac{-151,9}{96,529} = 0,5245V$$

Bu qiymətlərdən istifadə edərək,  $E_{(1)} = 0,742 - 0,0591pH$  və  $E_{(2)} = 0,5245 - 0,0591pH$  bərabərliklərinə əsasən, hər iki reaksiyanın standart elektrod potensialının pH-dan asılı olaraq dəyişməsi hesablanmışdır. Alınmış qiymətlər cədv. 1-də verilmişdir.

**Cədvəl 1**

**Reaksiyaların standart elektrod potensialının qiymətlərinin pH-dan asılı olaraq dəyişməsi**

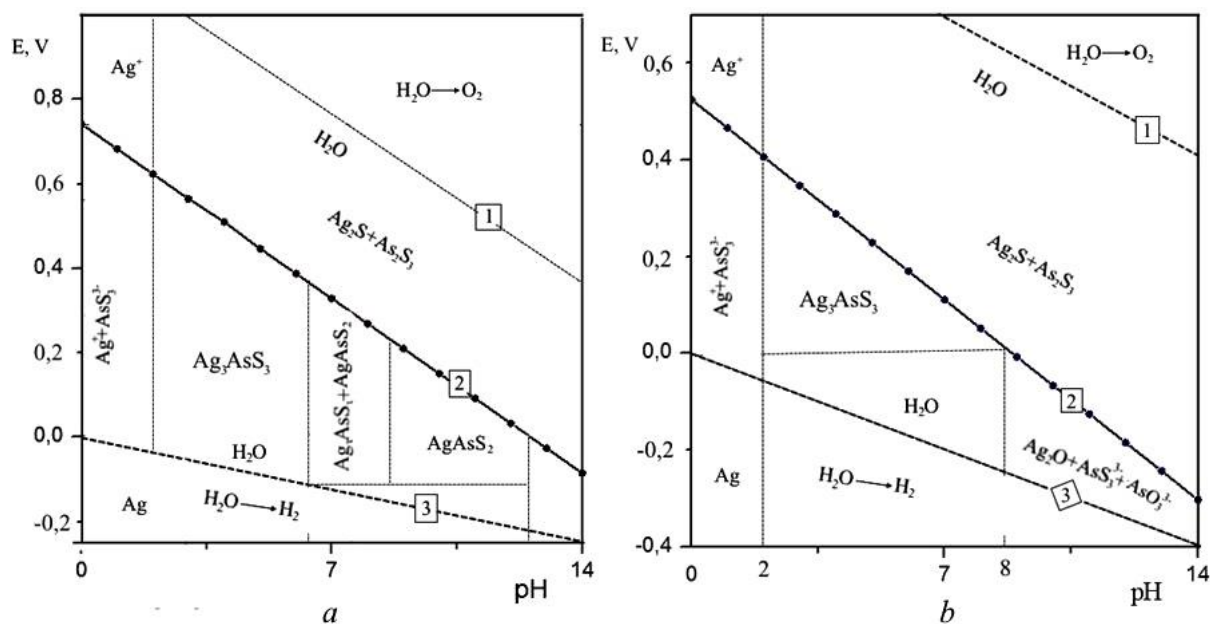
pH	$E_{(1)} = 0,742 - 0,0591pH$	$E_{(2)} = 0,5245 - 0,0591pH$
0	0,7420	0,5245
1	0,6829	0,4654
2	0,6238	0,4063
3	0,5647	0,3472
4	0,5101	0,2881
5	0,4465	0,2290
6	0,3874	0,1699
7	0,3283	0,1108
8	0,2692	0,0517
9	0,2100	-0,0074
10	0,1510	-0,0665
11	0,0920	-0,1256
12	0,0328	-0,1847
13	-0,0263	-0,2438
14	-0,0854	-0,3029

Cədvəl 1-dəki qiymətlərə əsasən, E–pH diaqramları qurulmuşdur (şək. 1). Diaqramda  $AgAsS_2$  və  $Ag_3AsS_3$  birləşmələrinin davamlılıq sərhədləri dəqiqləşdirilmişdir. Şəkil 1, a  $AgAsS_2$  birləşməsinin davamlılıq sərhədlərini ifadə edir. Diaqramdakı 1, 2 və 3 əyriləri aşağıdakı proseslərə aiddir:

1.  $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$
2.  $AgAsS_2 + H^+ + e^- \rightarrow Ag + 1/2As_2S_3 + 1/2H_2S$
3.  $2H_2O + 2e^- \rightarrow H_2 + OH^-$

Diaqramdan görüldüyü kimi,  $AgAsS_2$  birləşməsi  $E = -0,1 \div 0,4$  V və  $pH = 8 \div 12$  aralığında mövcuddur.  $pH = 6 \div 8$  aralığında  $AgAsS_2$  birləşməsi qismən  $Ag_3AsS_3$  birləşməsinə parçalanır.

$Ag_3AsS_3$ -ə tam çevrilmə  $pH=2\div 6$  və  $E=0\div 0,6$  V aralıklarında müşahidə olunur.  $pH<2$  və  $E>0,6$  V olduqda birləşmənin tam parçalanması baş verir.  $pH>12$  və  $E<0,1$  V olduqda sistemdə əsasi mühit olduğu üçün  $Ag_2O + AsOS_2^{3-} + AsO_3^{3-}$  qarışığı alınır.  $E>0,7420$  V və  $pH>2\div 14$  aralıklarında isə sistemdə  $Ag_2S + As_2S_3$  tərkibli qarışıq alınır.

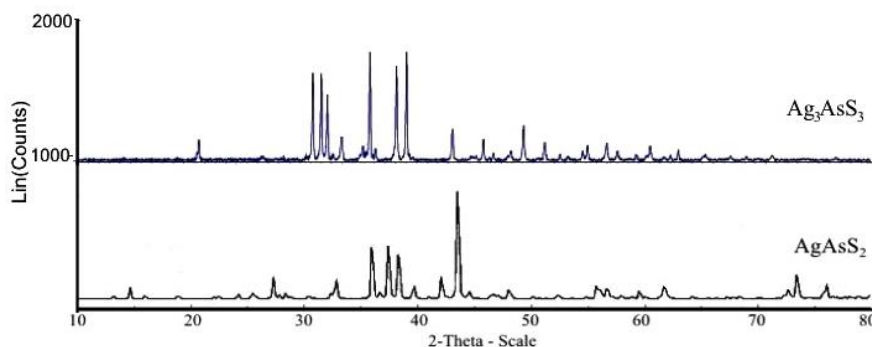


Şəkil 1. (1) və (2) reaksiyalarının E-pH diaqramları

$Ag_3AsS_3$  birləşməsi isə  $E=0\div 0,5$  V və  $pH=2\div 8$  aralıklarında alınır (şək. 1, b).  $pH<2$  və  $E<0$  olduqda sistemdə sərbəst gümüş ( $Ag^+ \rightarrow Ag^0$  keçidinin standart elektrod potensialı  $-0,036$  V-dur) ayrılır.  $pH>2$  və  $E>0,5$  V olduqda sistemdə müvafiq sulfidlərin qarışığı alınır. Şəkil 1,b-dəki 1, 2 və 3 əyiləri aşağıdakı prosesləri ifadə edir:

1.  $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$
2.  $Ag_3AsS_3 + 3H^+ + 3e^- \rightarrow 3Ag + 1/2As_2S_3 + 3/2H_2S$
3.  $2H_2O + 2e^- \rightarrow H_2 + OH^-$

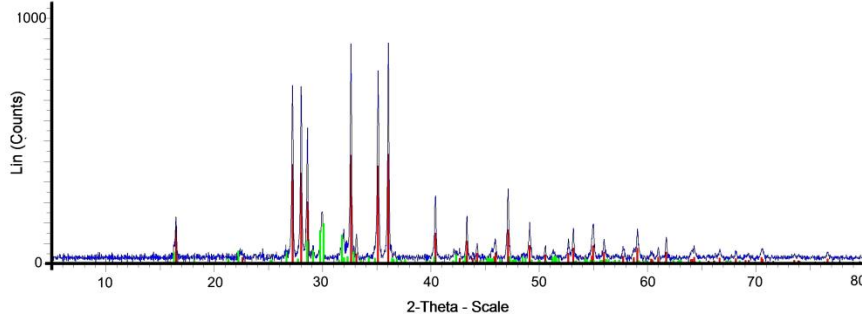
Alınmış nəticələr əsasında etilendiamin-su qarışığında  $AgAsS_2$  və  $Ag_3AsS_3$  birləşmələrinin sintezi şəraiti araşdırılmışdır [3, 4]. İlk komponentlərin  $AgNO_3/NaAsS_2=1:1$  və  $AgNO_3/Na_3AsS_3=3:1$  mol nisbətindəki qarışıqlarından (453 K-də) istifadə edilmişdir. RFA ((2D PHASER "Bruker",  $CuK_{\alpha}$ ,  $2\theta$ , 20-80 dər.) nəticələrinə əsasən, müəyyən edilmişdir ki,  $AgAsS_2$  birləşməsi  $pH=8\div 10$ ,  $Ag_3AsS_3$  birləşməsi isə  $pH=4\div 8$  aralıklarında tam formalaşır (şək. 2).



Şəkil 2.  $Ag_3AsS_3$  və  $AgAsS_2$  birləşmələrinin difraktoqramı

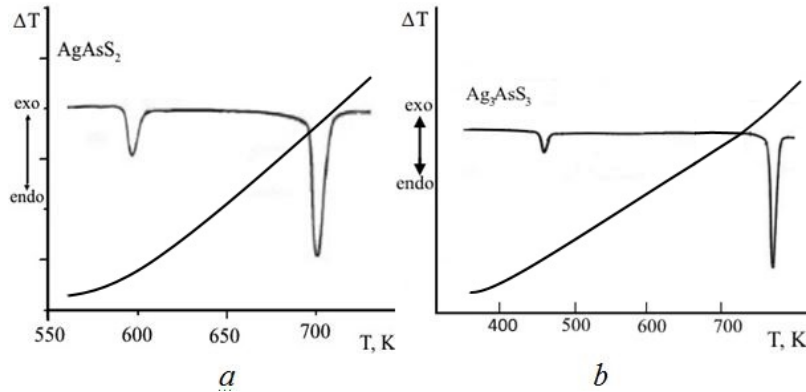
$pH=4\div 8$  aralıklarında  $AgNO_3/NaAsS_2=1:1$  mol nisbətindəki qarışıqdan  $AgAsS_2$  birləşməsini sintez etdikdə RFA nəticələrinə əsasən, məlum olmuşdur ki, alınan birləşmənin əsas tərkib hissəsi

$\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  birləşməsindən ibarətdir (şək. 3).



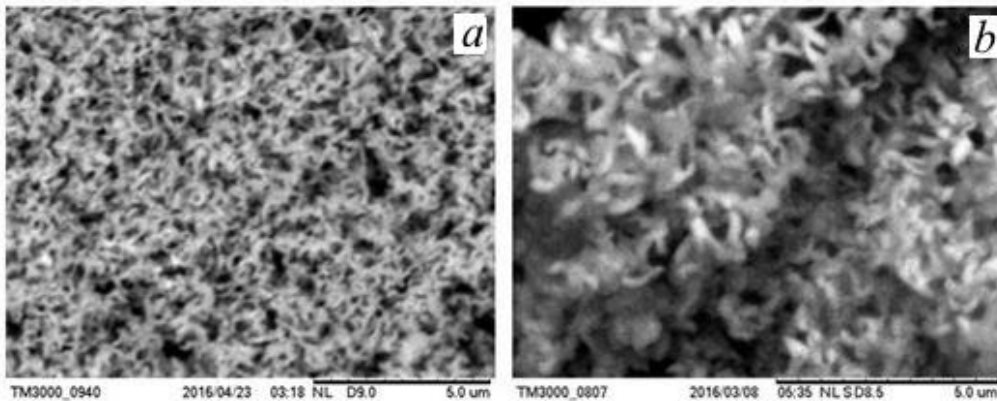
**Şəkil 3.** pH=4÷8 aralıqlarında  $\text{AgNO}_3/\text{NaAsS}_2=1:1$  mol nisbətindəki qarışıqdan alınmış birləşmənin difraktoqramı

DTA (Fascinating Flexibility in Thermal Analysis STA 449F3) metodu vasitəsilə birləşmələrin polimorf çevrilmə və ərimə temperaturları tədqiq edilmişdir (şək. 4). Məlum olmuşdur ki,  $\text{AgAsS}_2$  və  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  birləşmələrinin polimorf çevrilmə temperaturları müvafiq olaraq 594 K və 468 K-dir.  $\text{AgAsS}_2$  birləşməsi 696 K-də,  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  birləşməsi isə 764 K-də əriyir. Alınmış nəticələr ədəbiyyatda [1-4] verilən məlumatlarla yaxşı uyğun gəlir.



**Şəkil 4.**  $\text{AgAsS}_2$  (a) və  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  (b) birləşmələrinin DTA əyriləri

İlkin komponentlərin  $\text{AgNO}_3/\text{NaAsS}_2=1:1$  və  $\text{AgNO}_3/\text{Na}_3\text{AsS}_3=3:1$  mol nisbətindəki qarışıqlarından 453 K-də alınmış birləşmələrin elektron mikroskop (HİTACHI TM3000 markalı mikroskop) analizi aparılmışdır. Mikroskop (İTACHI TM300) analizindən məlum olmuşdur ki, alınan çöküntülərin tərkibi nanohissəciklərdən ibarətdir (şək. 5). Mikroşəkillərdən görüldüyü kimi, birləşmələr aralarında yüksək adgeziya mövcud olan qeyri-sferik formalı nanohissəciklərdən təşkil olunmuşdur.



**Şəkil 5.**  $\text{AgAsS}_2$  (a) və  $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$  (b) birləşmələrinin mikroşəkilləri

Termoqrammetrik analizlə (Fascinating Flexibility in Thermal Analysis STA 449F3) sintez olunmuş birləşmələrin element tərkibi öyrənilmişdir (cədv. 2).

## Alınmış birləşmələrin element analizininin nəticələri

Birləşmə	Element tərkibi, %					
	Ag, kütlə	Ag, at.	As, kütlə	As, at.	S, kütlə	S, at.
AgAsS <sub>2</sub>	43,70	24,99	30,36	24,98	25,94	50,03
Ag <sub>3</sub> AsS <sub>3</sub>	65,45	42,91	15,15	14,16	19,40	42,93

Cədvəl 2-də verilmiş element analizinin nəticələrinə əsasən, birləşmələrin sadə formulaları çıxarılmışdır. Məlum olmuşdur ki, birləşmələrin sadə formulalarında kükürdün miqdarı stexiometriyadan cüzi (0,005-0,01%) kənara çıxır. Bu onunla izah olunur ki, başlanğıc komponent olan NaAsS<sub>2</sub> və Na<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub>-ü arsen(III) sulfid və natrium sulfid əsasında aldıqda onun tərkibində müəyyən qədər sərbəst kükürd qalır. Bu da sintez olunmuş tiostannatların tərkibində özünü göstərir.

Beləliklə, kimyəvi-termodinamik analizlə AgAsS<sub>2</sub> və Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub> birləşmələrinin su mühitində alınma şəraiti öyrənilmiş, birləşmələrin davamlılıq sərhədləri dəqiqləşdirilmişdir. E–pH diaqramlarından alınan məlumatlar əsasında AgAsS<sub>2</sub> və Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub> tərkibli birləşmələr sintez edilmiş və onların fərdiliyi təsdiq edilmişdir.

## ƏDƏBİYYAT

1. Бабанлы М.Б., Гасанова З.Т., Зломанов В.П., Машадиева Л.Ф. Термодинамические исследование системы Ag<sub>2</sub>S–As<sub>2</sub>S<sub>3</sub>–S методом ЭДС с твердом электролитом Ag<sub>4</sub>RbJ<sub>4</sub>. // Неорг. матер., 2014, т. 50, №1, с.11-14
2. Волков А.И., Жарский И.М. Большой химический справочник. Минск, Современная школа, 2005, 603 с.
3. Гусейнов Г.М. Синтез наноразмерных тиоарсенитов меди (I) сольвотермальным методом. / III Всероссийская молодежная конференция «Успехи химической физики», Черноголовка, 2016, с.170
4. Гусейнов Г.М. Кристаллизация соединений AgAsS<sub>2</sub> и Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub> в среде этиленгликоля. / IX Межд. научная конф. «Кинетика и механизм кристаллизация», г. Иванова, Россия, 2016, с.88
5. Ключников Н.Г. Неорганический синтез. Москва, Просвещение, 1983, 304 с.

## ABSTRACT

Gorkhmaz Huseynov

**Thermodynamic study provided for preparing a compound AgAsS<sub>2</sub> and Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub>**

The article studied the conditions for obtaining compounds AgAsS<sub>2</sub> and Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub> in water environment, determine the degree of stability of the compounds of chemical and thermodynamic analysis. In the diagram E–pH stable compound AgAsS<sub>2</sub> intervals E = -0,1÷0,4 V and pH = 8÷12, and Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub> compound E = 0÷0,5 V and pH = 2÷8. Synthesized compounds AgAsS<sub>2</sub> and Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub> compositions based on the information received and approved their individual X-ray diffraction (XRD), differential thermal (DTA) and electron microscopic analyzes.

## РЕЗЮМЕ

Горхмаз Гусейнов

**Термодинамические исследование условия получения соединения AgAsS<sub>2</sub> и Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub>**

В работе изучены условия получения соединений AgAsS<sub>2</sub> и Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub> в среде воды, определены степень устойчивости соединений химико-термодинамическим анализом. В диаграмме E–pH устойчиво соединения AgAsS<sub>2</sub> в интервалах E = -0,1÷0,4 V и pH = 8÷12, а соединения Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub> в E = 0÷0,5 V и pH = 2÷8. Синтезированы соединения составов AgAsS<sub>2</sub> и Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub> на основании полученной информации и утверждена их индивидуальность методами рентгенофазового (РФА), дифференциально-термического (ДТА) и электронно-микроскопического анализов.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

Məqaləni çapa təqdim etdi: *Fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent*  
F.Qocayev

**NAZİLƏ MAHMUDOVA**

*AMEA Naxçıvan Bölməsi*

*E-mail: qraf1945@mail.ru*

**UOT: 539**

## **Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> BİRLƏŞMƏSİNDƏ QADAĞAN OLUNMUŞ ZONANIN ENİNİN TƏYİN EDİLMƏSİ**

*Açar sözlər: etilenqlikol, tablama, nazik təbəqə, rentgenfaza analiz*

*Key words: etilenqlikol, annealing, x-ray facilities*

*Ключевые слова: этиленгликоль, отжиг, тонкая пленка, рентгеновский анализ*

Məqalədə etilenqlikol mühitində sintez edilmiş Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> birləşməsinin tablama yolu ilə şüşə altlıq üzərində nazik təbəqəsi alınmış, onun rentgenfaza analizi aparılmış və UB –yi spektroskopiya vasitəsilə qadağan olunmuş zonanın eni tapılmışdır.

Müasir dövrdə energetika qurğuları, əsasən təbii ehtiyatları tükənə biləcək yanacaqlar (neft, qaz, kömür) əsasında qurulmuşdur. Buna görə də son zamanlar dünyada alternativ və bərpa olunan enerji mənbələrinin öyrənilməsi və ondan istifadə edilməsi daha çox maraq kəsb edir. Bu sahədə ekoloji cəhətdən təmiz və tükənməyən resurs ehtiyatlarının olması Günəş enerjisindən istifadə edilməsi istiqamətində aparılan tədqiqatlar, yeni günəş batareyalarının yaradılması, onlardan istifadə edilməsi bütün dünyada ilbəl artır. Ancaq , günəş batareyaları ilə alınan enerjinin ənənəvi yolla alınan enerjiden baha başa gəlməsi, yeni daha ucuz və ekoloji cəhətdən təmiz materialların (günəş çeviricilərinin ) yaradılmasını daha çox aktuallaşdırır.

Yarımkeçirici fotoelementlər əsasında yaradılan günəş elementləri (GE) Günəş şüalarını birbaşa elektrik enerjisinə çevirir. Müasir dövrdə günəş energetikasının əsasını təşkil edən günəş elementləri (GE) bir neçə qrupa bölünür. Belə ki, silisium günəş elementləri (Si multi-kristallar, Si monokristal, amorf - Si təbəqəsi ) istifadə olunan günəş elementlərinin 90 % - ni təşkil edir. Günəş elementlərinin 10 % - ni isə silisiumsuz nazik təbəqələr əmələ gətirən birləşmələr (CuInSe<sub>2</sub>, CdTe, GaAs / Ge, Cu<sub>2</sub>ZnSnS<sub>4</sub> və s.) təşkil edir. Yüksək çeviricilik qabiliyyətinə baxmayaraq silisium əsasında alınan günəş elementlərinin istehsal texnologiyası mürəkkəbdir və çox baha başa gəlir. Buna görə də bir çox tədqiqatçılar günəş energetikasının gələcək inkişafını günəş elementlərinin hazırlanmasında üçlü və dördlü birləşmələrin nazik təbəqələrinin tətbiqində görürlər.

CdTe nazik təbəqəsi əsasında sənayedə istehsal olunan günəş elementləri 10% effektivə malikdirlər (f.i.ə.=10%) və istehsal texnologiyası çox çətinidir [1].

Günəş şüalarını yüksək səviyyədə udma qabiliyyətinə malik CuInGaSe<sub>2</sub> birləşməsi əsasında alınan naziktəbəqəli günəş elementləri çox effektivdir və faydalı iş əmsalı 19,9 % - ə bərabərdir [2]. Ancaq indiumun Yer qabığına miqdarı 10<sup>-5</sup>% təşkil edir. Eyni zamanda Ga və İn – un baha başa gəlməsi yeni texnologiyaların işlənilməsinə çətinlik yaradır.

Aparılan tədqiqatlar əsasında müəyyən edilmişdir ki, Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> və Cu<sub>2</sub>ZnSnS<sub>4</sub> birləşmələri p-tip yarımkeçiricilərə aiddir və yüksək işıq udma əmsalına malikdirlər (Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> üçün 10<sup>5</sup> sm<sup>-1</sup>, Cu<sub>2</sub>ZnSnS<sub>4</sub> üçün 10<sup>4</sup> sm<sup>-1</sup>). Eyni zamanda qadağan olunmuş zonanın eni 1- 1,5 eV həddindədir və 10% enerji çevirmə qabiliyyətinə malikdirlər [3,4]. Buna görə də bu tədqiqat işində Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> – ün etilenqlikol mühitində sintezi, ondan tablama yolu ilə nazik təbəqənin alınması və tədqiqi qarşıya məqsəd qoyulmuşdur.

### **Təcrübi hissə**

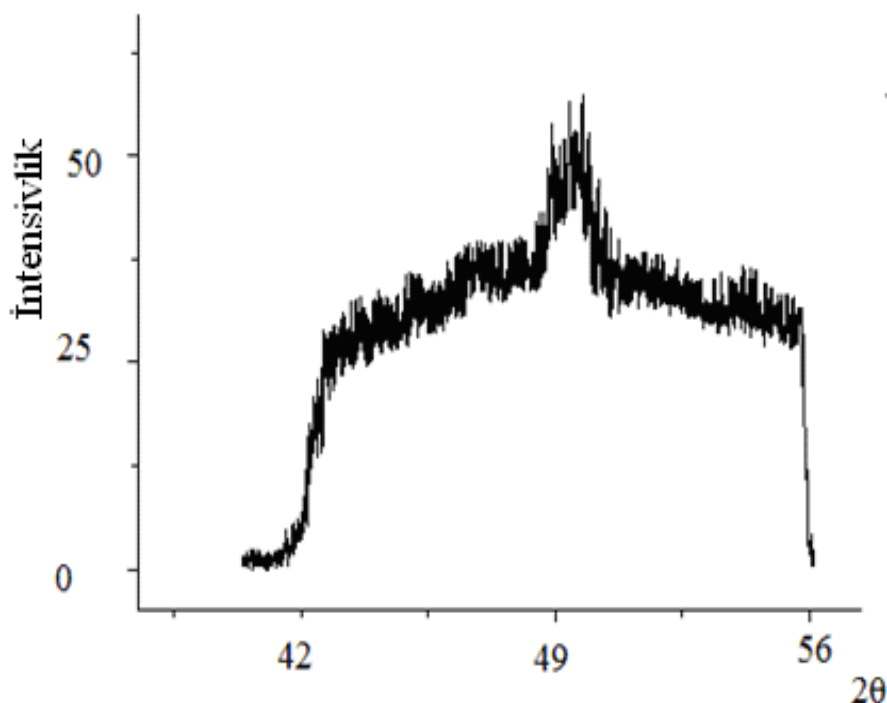
0,087 q. SnCl<sub>2</sub>·2H<sub>2</sub>O və 0,132 q. CuCl<sub>2</sub>·2H<sub>2</sub>O götürüb üzərinə 5 ml etilenqlikol əlavə edib bir neçə dəqiqə qarışdırılır və qarışığa 0,09 q. tiomoçevina (SC(NH<sub>2</sub>)<sub>2</sub>) töküüb zəif qızdırmaqla məhlul

tam şəffaflaşana kimi qarışdırılır. Qarışıq qızdırıcıya yerləşdirilib  $160^{\circ}\text{C}$ -də 16 saat saxlanılır. Sonra qızdırıcıdan çıxarılıb soyudulmuş qarışıqın üzünə süzülür və çöküntü bir neçə dəfə su ilə dekantasiya edildikdən sonra filtdən süzülür. Su ilə yuyulub təmizlənmiş və sabit çəkiyə gələnə kimi qurudulmuş çöküntüdən götürülən nümunə kimyəvi analiz edilir. Nümunənin  $\text{Cu}_2\text{SnS}_3$  – dən ibarət olması analizin nəticələri ilə təsdiqlənmişdir.

Yuxarıda göstərilən qaydada hazırlanmış qarışığa (qızdırıcıya qoymamışdan qabaq )  $0,6\text{ sm} \times 0,2\text{ sm} \times 0,20\text{ sm}$  ölçüdə şüşə altlıq salınır və  $160^{\circ}\text{C}$  – də 16 saat saxlanılır. Prosesin sonunda reaksiya kolbasından çıxarılan şüşə altlıq bir tərəfi bağlı kvarts boruya yerləşdirilərək zəif vakuum altında  $400^{\circ}\text{C}$  – də 2 saat tablama aparılır.

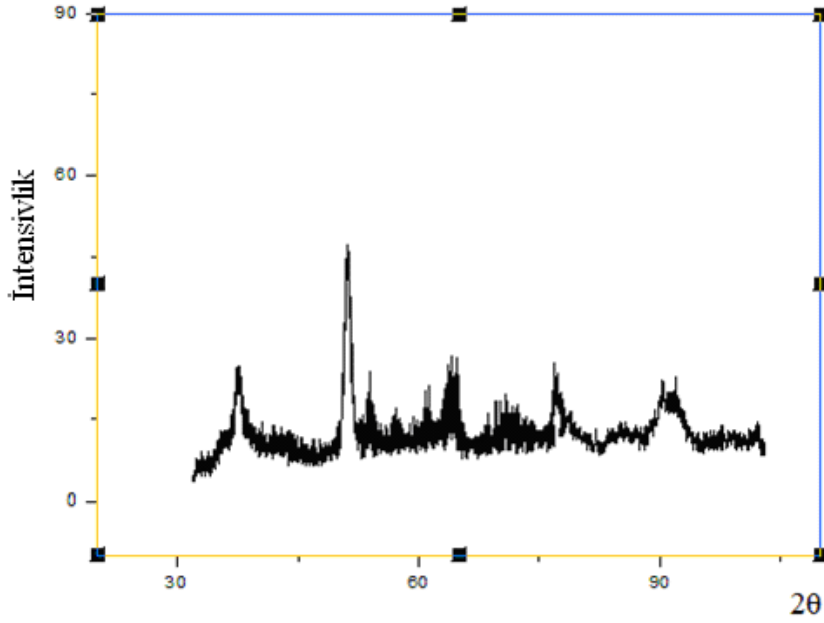
Ümumiyyətlə alınan birləşmənin fətohəssaslığını təyin etmək üçün tablama prosesi bir neçə variantda aparılmışdır. Birinci variantda təmiz yuyulub təmizlənmiş şüşə altlıq reaksiya aparılan kolbaya salınaraq 16 saat qızdırıcıda saxlandıqdan sonra tablama aparılmışdır. İkinci variantda isə optimal şəraitdə alınmış çöküntü süzülərək yuyulub təmizləndikdən sonra etilenqlikolda həll edilərək şüşə altlığa çəkilməmişdir. Sonuncu olaraq reaksiya üçün hazırlanmış qarışıqdan bir neçə damcı şüşə altlıq üzərinə damcıladdırlaraq tablama aparılmışdır. Hər üç variantda tablama prosesi  $400^{\circ}\text{C}$ - də zəif vakuum altında 2 saat ərzində aparılmışdır. Alınan nazik təbəqələr (1-ci və 3-cü) distillə suyu ilə yuyulub qurudulduqdan sonra fətohəssaslığı ölçülmüşdür. Ən yaxşı nazik təbəqə 1-ci variantda alındığından tablama prosesi müxtəlif temperaturalarda və müxtəlif müddətdə aparılmışdır. Alınan nümunənin faza tərkibi ДР «Промконтрол – 1» rentgen difraktometrində təyin edilmişdir.

Şəkil 1-dən görüldüyü kimi  $400^{\circ}\text{C}$ -də 2 saat müddətində tablama aparılmış  $\text{Cu}_2\text{SnS}_3$  birləşməsinin spektrində ancaq bir pik müşahidə olunur ( $2\theta = 49,40$  ). Bu da əvvəllər aparılmış tədqiqat işlərində təyin edilmiş qiymətlərlə üst-üstə düşür [5] və alınan  $\text{Cu}_2\text{SnS}_3$  birləşməsinin bərfazalı olduğunu göstərir.  $300^{\circ}\text{C}$  – də 2 saat müddətində tablama aparılmış  $\text{Cu}_2\text{SnS}_3$  birləşməsinin spektrində isə 6 əsas pik müşahidə edilmişdir ( $2\theta = 37,5; 45; 51; 65; 77$  və  $92$  ). Şəkil 2. Buradan belə nəticəyə gəlmək olar ki, aşağı temperaturda tablama aparılmış nümunədə başlanğıc maddələrin qarışığı qalmışdır.



**Şəkil 1.  $400^{\circ}\text{C}$  temperaturda 2 saat ərzində tablama aparılmış  $\text{Cu}_2\text{SnS}_3$  birləşməsinin rentgen spektri .**





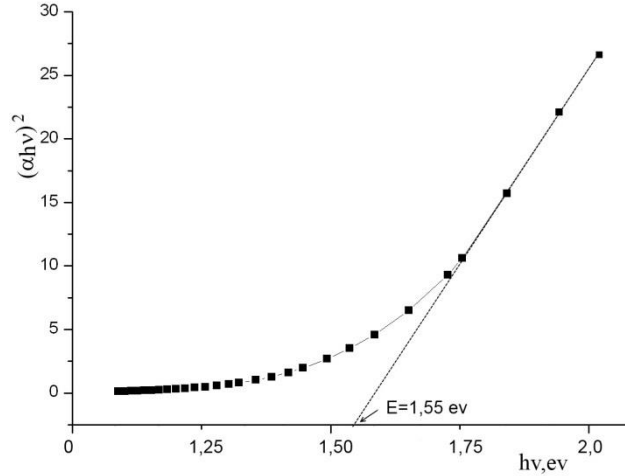
**Şəkil 2. 300<sup>0</sup> C temperaturda 2 saat ərzində tablama aparılmış Cu<sub>2</sub>SnS<sub>4</sub> birləşməsinin rentgen spektri**

Tablama yolu ilə alınmış Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> nazik təbəqəsinin U-5100 ultrabənövşəyi spektrofotometrində optik udma əyrisi çəkilmişdir. Alınan birləşmənin qadağan olunmuş zonasının enini hesablamaq üçün

$$(\alpha \hbar \nu)^{\frac{1}{n}} = A(\hbar \nu - E_g)$$

düsturundan istifadə edilmişdir.

Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> düz zonalı yarımkəçirici olduğundan bu birləşmə üçün n=1/2 qiyməti götürülərək  $(\alpha \hbar \nu)^2$ -nin  $(\hbar \nu)$ -dən asılılıq əyrisi qurulmuşdur (şəkil 3).



**Şəkil 3. Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> nazik təbəqəsinin qadağan olunmuş zonasının enini tapmaq üçün qurulmuş  $(\alpha \hbar \nu)^2 = f(\hbar \nu)$  asılılığı**

Bu asılılıqdan düz xətt oblastının absis  $(\hbar \nu)$  oxu ilə kəsişməsinə əsasən Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> nazik təbəqəsinin qadağan olunmuş zonasının eni müəyyən edilmişdir: E<sub>g</sub>=1,55 eV. Bu qiymət Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> birləşməsinin ədəbiyyatdan məlum olan qiymətinə uyğundur. [3].

## ƏDƏBİYYAT

1. Плеханов С. И., Наумов А. В. Оценка возможностей роста производства солнечных элементов на основе CdTe, CIGS и GaAs/Ge в период 2010 – 2025 г.г., ОАО НПП «КВАНТ», 2010. Режим доступа: <http://alternativenergy.ru/solnechnaya-energetika/132-proizvodstvo-solnechnyh-elementov.html>
2. Repins I., Contreras M. A., Egaas B., DeHart C., Scharf J., Perkins C.L., To B., And R. Noufi Prog. Photovolt. // Res. Appl., 2008, 16, p. 235
3. Adelifard Mehdi, Mohaghedhi Mohamad Mehdi Bagheri, Eshghi Hosein. Preparation and characterization Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> ternary semiconductor nanostructure via the spray pyrolysis technique for photovoltaic applications // İopsiense. 85(2012), p. 1-2
4. Katagiri H., Jimbo K., Yamada S., Kamimura T., Maw W. S., Fukano T., Ito T., and T. Motohiro. // Appl. Phys. Express, 2008, p. 256-259
5. Madarasz J., Bombicz P., Okuya M., Kaneko Sh. Thermal decomposition of thiourea complexes of Cu ( I ), Zn ( II ), and Sn ( II ) chlorides as precursors for the spray pyrolysis deposition of sulphide thin films // Solid State Ionics., 2001. № 141. p. 445.

## ABSTRACT

Nazila Mahmudova

### Determination of bandgap in Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> compound

In this work, we consider getting Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> in ethylene glycol medium. In the study the thermodynamic parameters are calculated and set the optimum process conditions. Successful synthesis confirmed by studies of the phase structure of the sample agrees well with the literature data. Using X-ray diffractometer X-ray spectra obtained Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> synthesized at various temperatures. In Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> spectrum obtained at an annealing temperature of 400<sup>0</sup> C for 2 hour observation single peak, and in Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> spectrum obtained at an annealing temperature of 300<sup>0</sup> C for 2 hours 6 major peaks found. It is found that the annealing temperature is favorable for the synthesis of 400<sup>0</sup> C. With the UV spectroscopy found bandgap.

## РЕЗЮМЕ

Назиля Махмудова

### Определение запрещенной зоны в соединении Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub>

В данной работе рассмотрено получение Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> в среде этиленгликоля. При исследовании вычислены термодинамические параметры и установлено оптимальное условие процесса. Успешный синтез подтвержден исследованиями фазовой структуры образца хорошо совпадающими с литературным данными. С помощью рентгеновского дифрактометра получены рентгеновские спектры Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> синтезированных при разных температурах. В спектре Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub> полученного при температуре отжига 400<sup>0</sup> C в течение 2 часов наблюдается единственный пик, а в спектре Cu<sub>2</sub>SnS<sub>3</sub>, полученного при температуре отжига 300<sup>0</sup> C в течение 2 часов обнаружили 6 основных пиков. Установлено, что благоприятная температура отжига для синтеза составляет 400<sup>0</sup> C. С помощью УФ-спектроскопии найдено ширина запрещенной зоны.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

Məqaləni çapa təqdim etdi: *Fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent*  
F.Qocayev

# TEKNIKI ELMLƏR

CAVANŞİR ZEYNALOV

*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

*e-mail:c.zeynalov@mail.ru*

İLKİN VƏLIBƏYOV

*AMEA Naxçıvan Bölməsi*

*e-mail:ilkin.velibeyov@mail.com*

UOT: 517.977

## QEYRİ-SƏLİS MƏSƏLƏLƏRİN NEYRON ŞƏBƏKƏLƏRİN KÖMƏYİ İLƏ HƏLLİ

**Açar sözlər:** *Neyron şəbəkə, optimal sintez, optimal idarəetmə, giriş və çıxış verilənləri*

**Keywords:** *Neuron network, optimal synthesis, optimum control, input and output data*

**Ключевые слова:** *Нейронных сетей, оптимального синтеза, оптимального управления, входных и выходных данных*

Bildiyimiz kimi, iqtisadi məsələlərin həllinin əksəriyyəti xətti proqramlaşdırma məsələsinə gətirilir. Alınan məsələləri həll etmək üçün çoxlu sayda paket proqramlar mövcuddur. Lakin qeyri-səlis halda dəyişənlərin sayının və məhdudluqların həddən artıq çox olması, məlum alqoritmlərin köməyi ilə məsələni həll etdikdə müəyyən xətalar yaradır. Ona görə, bəzi hallarda belə məsələləri neyron şəbəkənin köməyi ilə həll etmək sərfəli olur. Bu məqalədə dekompozisiya üsulundan istifadə edərək baxılan məsələlər neyron şəbəkənin köməyi ilə həll olunur.

Belə məsələləri həll etmək üçün çoxsaylı neyron şəbəkə seçilir və öyrətmə prosesi aparılır. Məlumdur ki, öyrətmə prosesi neyron şəbəkənin tətbiqində mühüm və çətin mərhələdir. Əsas çətinlik giriş və çıxış dəyişənlərini əldə etməkdir. Təklif olunan sxemin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, ilkin verilənlərin bir hissəsini qeyd etməklə (məsələn, sifra bərabər götürməklə) baxılan məsələ az dəyişənli məsələyə gətirilir və məlum hazır proqram paketindən istifadə edərək, bu məsələlərdə müxtəlif verilənlər (giriş dəyişənləri) həll olunaraq çıxış dəyişənləri alınır. Daha sonra digər qrup dəyişənlər qeyd olunaraq, yeni məsələ alınır və s.

Bu işdə optimal sintez məsələsi üçün alınmış münasibətlərdən istifadə edərək baxılan məsələ neyron şəbəkənin köməyi ilə həll olunur.

Optimal sintez məsələsinin həlli üçün tərs yanaşmadan istifadə olunur. Yəni, əvvəlcədən baxılan məsələnin həllini məlum hesab edib, buna uyğun ilkin verilənləri tapırıq. Tapılan bu verilənləri giriş dəyişənləri kimi götürüb, verilən məlum həlləri isə çıxış dəyişənləri kimi qəbul edib, neyron şəbəkəni qururuq. Sonra bizə lazım olan verilənləri giriş kimi neyron şəbəkəyə mənimsədirik və neyron şəbəkə bizə müəyyən çıxışlar verəcək ki, bu bizim məsələnin təqribi həlli olmuş olacaq.

Fikrimizi izah etmək üçün diferensial Rikkati tənliyinin neyron şəbəkənin köməyi ilə həlli sxeminə baxaq.

Məsələnin ilkin verilənləri  $A(t), B(t), L(t)$  və  $Q$  matrisləridir. Bu dəyişənləri biz giriş dəyişənləri kimi qəbul edəcəyik. Müxtəlif  $A(t), B(t), L(t)$  və  $Q$  üçün Rikkati tənliyini

$$\dot{S}(t) = -A^T(t)S(t) - S(t)A(t) + S(t)B(t)B^T(t)S(t) - L(t)$$

$$u(t) = -B^T(t)S(t)H(t,0)x_0$$

$$S(T) = Q$$

şerti daxilində həll edib çıxış  $S(t)$  əldə etməliyik. Neyron şəbəkəni öyrətmək üçün bu çıxış dəyişənini necə əldə edək. Bunun üçün biz aşağıdakı tərs yanaşmanı təklif edirik.

İxtiyari  $n \times n$  -ölçülü  $S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)$ ,  $n \times n$  və  $n \times m$  - ölçülü  $A_1(t), A_2(t), \dots, A_N(t)$  və  $B_1(t), B_2(t), \dots, B_N(t)$  matrislərini götürürük.  $L_1(t), L_2(t), \dots, L_N(t)$  və  $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$  matrislərini aşağıdakı qayda ilə tapırıq.

$$L_k(t) = -A_k^T(t)S_k(t) - S_k(t)A_k(t) + S_k(t)B_k(t)B_k^T(t)S_k(t) - \mathcal{S}_k(t), \quad k = \overline{1, N}, \quad (1)$$

$$Q_k = S_k(T), \quad k = \overline{1, N}. \quad (2)$$

Burada  $A_1(t), B_1(t), L_1(t), Q_1$  və  $x_0^{(1)}$  başlanğıc qiymətini giriş verilənləri,  $u_1(t)$  vektor-funksiyasını isə çıxış dəyişəni kimi qəbul edirik. Beləliklə, analogi olaraq ixtiyari sayda giriş dəyişənləri

$$\begin{aligned} &A_1(t), B_1(t), L_1(t), Q_1, x_0^{(1)} \\ &A_2(t), B_2(t), L_2(t), Q_2, x_0^{(2)} \\ &\dots\dots\dots \\ &A_N(t), B_N(t), L_N(t), Q_N, x_0^{(N)} \end{aligned}$$

və çıxış dəyişənləri

$$u_1(t), u_2(t), \dots, u_{N(t)}.$$

təyin olunur. Bu giriş və çıxış dəyişənlərindən istifadə edərək öyrətmə prosesi aparılır və neyron şəbəkəsi qurulur. Bundan sonra neyron şəbəkəyə konkret məsələnin giriş dəyişənləri verilərək çıxış dəyişənlərini təqribi həllər şəklində alırıq. Həllin dəqiqliyi giriş dəyişənlərinin keyfiyyətindən və N sayından asılıdır. N-nin böyük qiymətlərində təqribi həllərdəki xətlər azalır.

Diferensial tənliklərin həllinə neyron şəbəkələrin tətbiqinin effektivliyi iki xüsusiyyətə əsaslanır. Birinci xüsusiyyət diferensial tənliklərin ədədi həll metodlarının məntiqi bazası ilə neyron şəbəkənin məntiqi bazası arasında olan uyğunluqdur. İkinci xüsusiyyət neyron şəbəkənin funksiyanı yaxşı aproksimasiya etməsidir.

Diferensial tənliklərin həllində Hopfield neyron şəbəkələr sinfindən olan neyron şəbəkələr daha uyğundur. Praktikada neyron şəbəkələrin tətbiqində ən aktual problem onların resurslarla çox yüklənməsi və öyrətmə prosesinə çox vaxt sərf olunmasındadır. Eləcə də, öyrətmə prosesi üçün giriş və çıxış dəyişənlərinin necə tapılması da çox mühümdür. Burada bizim məqsədimiz Rikkati tənliyinin həllinə neyron şəbəkələrin tətbiq sxemini verməkdən ibarətdir.

Giriş dəyişənləri  $A(t), B(t), L(t)$  matris funksiyaları və Q-dür. Bu dəyişənləri biz giriş dəyişənləri kimi qəbul edəcəyik. Müxtəlif  $A(t), B(t), L(t)$  və Q üçün) məsələsi aşağıdakı

$$S(T) = Q \quad (3)$$

şerti daxilində həll olunmalı və çıxış dəyişənləri tapılmalıdır. Öyrətmə prosesində bu dəyişənlərdən istifadə edərək neyron şəbəkəsi qurulur. Sonra bizə lazım olan çıxış dəyişənlərini daxil edərək Rikkati tənliyinin təqribi həlləri tapılır. Belə bir sual meydana çıxır: müxtəlif giriş dəyişənləri üçün (3) şerti daxilində tənliyin həllini-çıxış dəyişənlərini necə tapmaq olar? Əgər bu məqsədlə məlum metodlardan istifadə etsək, onda bizim neyron şəbəkəmiz etibarlı olmayacaq. Belə ki, bu metodlar müəyyən hallarda böyük xətlərlə həllər verir.

Çıxış dəyişənlərinin tapılması üçün aşağıdakı yanaşma tətbiq olunur.

$n \times n$  - ölçülü  $S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)$  matris funksiyalarını,  $n \times n$  və  $n \times m$  ölçülü  $A_1(t), A_2(t), \dots, A_N(t)$  və  $B_1(t), B_2(t), \dots, B_N(t)$  funksiyalarını götürərək.  $L_1(t), L_2(t), \dots, L_N(t)$  və  $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$  matrisləri aşağıdakı üsulla tapılır:

$$L_k(t) = -A_k^T(t)S_k(t) - S_k(t)A_k(t) + S_k(t)B_k(t)B_k^T(t)S_k(t) - \dot{S}_k(t), \quad k = \overline{1, N}, (4)$$

$$Q_k = S_k(T), \quad k = \overline{1, N}, (5)$$

Aydındır ki, əgər

$$A(t) = A_k(t), \quad B(t) = B_k(t), \quad L(t) = L_k(t), \quad Q = Q_k, (6)$$

götürsək, (6) məsələsinin həlli  $S_k(t), k = \overline{1, N}$  matris funksiyadır. Beləliklə, əgər giriş dəyişənləri kimi

$$\begin{aligned} &A_1(t), A_2(t), \dots, A_N(t) \\ &B_1(t), B_2(t), \dots, B_N(t) \\ &L_1(t), L_2(t), \dots, L_N(t), \\ &Q_1, Q_2, \dots, Q_N, \end{aligned}$$

götürsək, onda bu məsələnin həlli kimi

$$S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t),$$

çıxış dəyişənlərini alırıq. Bu dəyişənlərdən istifadə edərək, öyrətmə prosesini aparırıq. Həllin keyfiyyəti və neyron şəbəkənin etibarlılığı giriş dəyişənlərinin seçim keyfiyyətindən və N sayından asılıdır.

### ƏDƏBİYYAT

1. Aliev F.A., Niftiyev A.A., Zeynalov C.I. Optimal synthesis problem for the fuzzy systems in semi-infinite interval. Appl. Comput. Math., 10(1), Special Issue, 2011, pp.97-105
2. Нейрокомпьютеры и их применение: Книга 6-«Нейроматематика» (под редакцией А.И.Галушкина), Москва, ИПРЖР, 2002, 448 с.
3. Нифтиев А.А., Ахмедов Э.Р. Алгоритм для численного решения задачи вариационного исчисления с неизвестными границами. Вестник БГУ, 2005, № 1, стр. 25-30
4. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Efendiyeva H.C. . Mathematical modeling for the optimal use of a bounded area. Actual problems of economics. 2011, №2(116), pp.261-270
5. Niftiyev A.A., Maryam Pur, Zeynalov C.I. Fuzzy optimal control problem with non-linear functional. News Baku State University, 2010, №3
6. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Majidzadeh K. Optimal using of a bounded area problem and its investigation by neural networks. Известия НАН Азерб. 2010, № 6, p. 75-82.

### ABSTRACT

**Cavanshir Zeynalov, İlkin Velibeyov**

This article deals with the solution of the optimum problems and in application of non-correct line programme, by means of neuron networks. Multi-layer neuron network has been selected for this purpose. It is clear that the selection of the structure of the neuron networks don't demand specific approach. It mainly depends on the output and input data and teaching process of neuron networks. The main problem in the application of neuron networks is selection of the input and output.

### РЕЗЮМЕ

**Джаваншир Зейналов, Илкин Велибейов**

Предложены методы решения задач оптимизации с помощью нейронных сетей, в частности к решению задач нечеткого линейного программирования. Для этого выбрана многослойная нейронная сет. Известно, что для выбора структуры нейронных сетей не существует конкретного подхода. Этот выбор в основном зависит от количества входных и выходных данных и способа обучения нейронных сетей. Выбор входных и выходных данных является самым трудным и актуальным этапом при применении нейронных сетей.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

**SƏYYAD VƏLİYEV***Naxçıvan Dövlət Universiteti**Sayad valiyevev @ mail.ru.***UOT:656****YOL ŞƏRAİTLƏRİNİN HƏRƏKƏT TƏHLÜKƏSİZLİYİNƏ TƏSİRİ**

**Açar sözlər:** *yol şəraiti, hərəkətin təhlükəsizliyi, nəqliyyat vasitəsi, yol-nəqliyyat hadisəsi, yolun plan elementləri, yolun profil elementləri, görmə məsafəsi.*

**Keywords:** *vehicle, traffic accidents, plan elements of the road, the road profile elements, sight distance.*

**Ключевые слова:** *дорожные условия, безопасность движения, средства транспорта, дорожно-транспортные происшествия, плановые элементы дороги, профильные элементы дороги, расстояние видимости.*

Müasir dövrün yollarda hərəkətin təhlükəsizliyi ilə bağlı (yol şəraitləri ilə əlaqədar) ən vacib problemlərdən biri istər yeni layihələndirilən, istərsə də yenidən qurulan və istismarda olan avtomobil yollarında hərəkətin təhlükəsizliyinin təmin edilməsidir. Bu baxımdan müasir avtomobil yolları nəqliyyat vasitələrinin bütün fəsillərdə və istənilən yol şəraitlərində təhlükəsiz hərəkətini təmin etməlidir. Respublikamızın küçə və yollarında baş verən yol-nəqliyyat hadisələri haqqındakı statistika materiallarının analizi də bu problemin həlli vacibliyini bir daha təsdiqləyir.

Yollarda hərəkətin təhlükəsizliyinə bir çox amillər təsir edə bilər ki, bunlardan biri də yol şəraitləridir.

Yol şəraitlərinin hərəkət təhlükəsizliyinə təsirdən danışdıqda, yol şəraitlərini xarakterizə edən aşağıdakı kompleks göstəricilər nəzərə alınmalıdır: yol şəraitlərini xarakterizə edən yol elementlərinin hərəkətin təhlükəsizliyinə təsiri (yolun plan və profil elementləri), hərəkət zolaqlarının sayı, hərəkət hissəsinin eni, avtomobil yolunun eni və onun vəziyyəti, yol örtüyü, yol kəsişmələri və bitişmələri, davamlı enişlər və yoxuşlar, hərəkət iştirakçılarının bir-birindən təcrid olunmadığı yol sahələri və s.

İlk növbədə qeyd etmək lazımdır ki, hərəkətin təhlükəsizliyində yolun plan elementlərinin rolu kifayət qədər böyükdür. Belə elementlər dedikdə əsasən yolun düzxətli və əyrixətli sahələri başa düşülür. Bu elementlərə daxil olan parametrlərin hər birinin hərəkətin təhlükəsizliyində öz rolu vardır.

İlk baxışdan düz, üfiqi və hamar yolu ən yaxşı yol kimi hesab etmək olar. Lakin aparılan müşahidələr göstərmişdir ki, belə yollar öz yeknəsəkliyi ilə sürücüləri yorur, kütləşdirir, onların mürgülməsinə və hətta sükan arxasında yatmasına səbəb olur.

Yollardakı düzxətli hissələrin yaratdığı ən ağır fəsad minik avtomobilləri sürücülərinin sürətə nəzarət hissini itirməsi və ümumiyyətlə sürücülərin yuxulamasıdır. Tədqiqatlara görə sürücülərin yuxulaması ilə bağlı olan yol-nəqliyyat hadisələri ümumi hadisələrin 1,7-2,4%-ni təşkil edir. Bu məqsədlə də avtomobil yollarının layihələndirilməsində hərəkət təhlükəsizliyinin təmini üçün düzxətli hissələrin uzunluğu məhdudlaşdırılmaqla işlənməli və kifayət qədər maraqlı ərazilərdən keçmələri təmin edilməlidir.

Qeyd etmək lazımdır ki, əyrixətli hissələr potensial təhlükə mənbəyi olmalarına baxmayaraq sürücünün diqqətinin artırılmasında böyük əhəmiyyətə malikdir. Bu o demək deyildir ki, düzxətli hissələrin uzunluğunu azaltmaq üçün hökmən süni sürətdə yol trassasında (güzərgahda) döngələr yaradılmalıdır. Əlbətdə əyrilərin yerləşmə yerinin seçilməsi və onun yolun uzunluq profilindəki əyrilərlə əlaqələndirilməsi əsaslı axtarış işlərinin aparılmasını tələb edir. Yolun planında trassa əsasən təbii maneələrdən yan keçmək üçün dəyişdirilir. Belə maneələrə qrunut şəraitini, bataqlıqları, yaşayış məntəqələrini, relyef elementlərini, tarixi abidələri və s. göstərmək olar.

Yollardakı əyrilərin radiusları da hərəkət təhlükəsizliyinə təsir edən mühüm yol şəraitlərindən biridir. Belə ki, müəyyən edilmişdir ki, əyrinin radiusu nə qədər az olarsa hadisələrin baş vermə halları da bir o qədər yüksək olur. Belə yol sahələrində avtomobillərə mərkəzdənqaçma qüvvəsi təsir et-

diyindən sürətin və hərəkət trayektoriyasının düzgün seçilməməsi nəticəsində avtomobil yana sürüşərək aşa bilər. Ona görə də, belə hadisələrin baş verməməsi üçün avtomobil yollarında yan qüvvələrin təsirini kompensasiya edən keçid əyriləri və virajlardan istifadə olunması məqsəduyğun hal kimi qiymətləndirilir. Lakin bütün bu tədbirlərə baxmayaraq, yol-nəqliyyat hadisələri haqqında statistika məlumatlarının təhlili göstərir ki, belə yol sahələrində yol-nəqliyyat hadisələrinin 10-12%-i cəmləşir.

Yolun plan elementlərində görmə məsafəsinin təhlil edilməsi hərəkətin təhlükəsizliyində mühüm rol oynayır. Görünmə məsafəsi yolların layihələndirilməsində və yol hərəkətinin təşkilində buraxılmış səhvlər, həm də təbii şəraitlər səbəbindən məhdudlaşa bilər. Dağ yollarında görmə məsafəsinin məhdud olmasına baxmayaraq, bu səbəbdən baş vermiş yol-nəqliyyat hadisələrinin nisbi sayı digər yollara nisbətən az olur. Bu isə, belə yollarda hərəkət zamanı sürücünün daha çox diqqətliliyi və hərəkət sürətinin az olması ilə izah olunur.

Qeyd etmək lazımdır ki, yolun müəyyən sahələrində görmə məsafəsinin məhdudlaşması nəinki, yol-nəqliyyat hadisələrinin sayının artmasına, həmçinin, yolların nəqliyyat-istismar keyfiyyətlərinin azalmasına da gətirib çıxarır.

Hərəkətin təhlükəsizliyində görmə məsafəsinin böyük əhəmiyyət daşımasına baxmayaraq, yolların layihələndirilməsi, tikintisi və istismarı zamanı onun təmin olunmasına diqqətli yanaşılır. Tikinti zamanı qazmaların daxili yamaclarında görünmə kəsiklərinin tikilməsinə, istismar zamanı onların ağac və bitki örtüyündən mütəmadi olaraq təmizlənməsinə, divar və tikililərin ləğv edilməsinə diqqət yetirilmir. Yolların kəsişmə və bitişmələrində avtobus dayanacaqları üçün pavilyonlar, məişət və ticarət obyektləri və s. tikilir ki, bütün bunlar görmə məsafəsini məhdudlandırmaqla idarəetmənin çətinləşməsinə və yol-nəqliyyat hadisələrinin baş verməsinə gətirib çıxarır.

Qeyd edək ki, görünmə məsafəsinin 700 m-dən az olmayan qiymətlərində yolların ən yüksək nəqliyyat-istismar keyfiyyətləri, hərəkəti buraxma qabiliyyəti və hərəkət təhlükəsizliyi təmin edilir.

Hərəkətin təhlükəsizliyinin yüksəldilməsinin ən təsirli vasitəsi kimi avtomobil yollarının layihələndirilməsində ötmə şəraitlərində görmə məsafəsinin təmin edilməsinə böyük diqqət yetirilməsidir.

Avtomobil yollarında ötmələrin qadağan edildiyi sahələrin uzunluğu nəinki, hərəkəti buraxma qabiliyyətinin qiymətindən, həmçinin, hərəkət təhlükəsizliyinə, avtomobil yollarının bütün istifadəçilərinin rahatlıq və komfortluğuna təsir edir.

Görünmənin məhdudlaşdırılmasının xüsusi halı yol üzərindən yol ötürücüsü tikildikdə də yaranır. Plandakı düzxətli və əyrixətli hissələrdə görmə məsafəsi yol ötürücüsünün kölgəsi ilə məhdudlaşır və onun qiyməti konstruksiyanın növündən, aralıq dayaqların, tökmə konuslarının, dayaqların hərəkət hissəsinə yaxın olmasından asılıdır. Yaxşı olar ki, belə tikintilər sabit maillikli düzxətli yol sahələrində və ya plandakı böyük radiuslu əyriyədə inşa edilsin.

Yol-nəqliyyat hadisələrinin statistik analizi göstərir ki, hadisələrin 22%-ə qədəri yolun eni 5-7 m olan hissələrində baş verir ki, bu da sürücü tərəfindən yolun düzgün və dəqiq olmayan qavranılmasının səbəbidir.

Yol şəraitlərini (planda və profildə yolun yerləşməsi, hərəkət zolaqlarının sayı və eni, nəqliyyat vasitələrinin sürəti) iki böyük qrupa bölmək olar:

- a) yolun istismar xüsusiyyətləri ilə müəyyən edilən yol şəraitləri;
- b) yol ilə hərəkət edən nəqliyyat axınından asılı olan yol şəraitləri.

Qarşıdan gələn və eyni istiqamətdə hərəkət edən nəqliyyat vasitələrinin olmadığı sərbəst hərəkətdə və həmçinin, yolda dayanmış nəqliyyat vasitələri olmadıqda hərəkət sürətinə yolun ancaq istismar xüsusiyyətləri təsir edir. Hərəkət hissəsinin eni artdıqca sürətin artmasına baxmayaraq sərbəst şəraitlərdə yol-nəqliyyat hadisələrinin sayı azalır. Bu onu göstərir ki, yol lazımı sürəti və təhlükəsizlik səviyyəsini təmin etdiyindən təhlükəsizlik ancaq sürücünün avtomobili istismar xüsusiyyətlərindən, planda avtomobilin yerləşməsinin dəyişməsinə onun diqqəti və reaksiyasından asılıdır. Buradan belə çıxır ki, yolun hərəkət hissəsinin en parametrinə görə istismar göstəriciləri insanın mümkün səhvlərinə baxmayaraq, avtomobilin yolun planında əhəmiyyətli dərəcədə maneərlərini kompensasiya edərək hadisələrin baş vermə ehtimalını azaldır. Əksinə, qarşıdan gələn və eyni istiqamətdə hərəkət edən avtomobillər olduqda sürücünün diqqəti yüksəlir yəni, yolun və yol şəraitlərinin subyektiv olaraq qavranılması onun həqiqi istismar keyfiyyətlərinə uyğun olur.

Hərəkət hissəsinin en parametri 12-14 m-ə qədər artdıqda subyektiv qavrayış yolun imkanlarına

uyğun olmadığından yol-nəqliyyat hadisələrinin riski artmış olur. Sürücü tərəfindən həm öz avtomobilinin, həm qarşıdan gələn, həm də eyni istiqamətdə hərəkət edən avtomobillərin yolun hərəkət hissəsinin eni boyu yerləşməsinin yanlış qavrayışı nəticəsində yanlış inamlılıq hissi yol-nəqliyyat hadisələrinə gətirib çıxarır. Bu, yolun hərəkət hissəsində zolaqları işarələyən nişanlanma xətlərinin olmadığı şəraitlər üçün daha xarakterikdir. Belə ki, hərəkət zolaqları işarələndikdə sürücülərin hərəkət hissəsində istiqamətləndirilməsi asanlaşır. Yolun hərəkət hissəsinin eninin 17-18 m-dən çox artırılması hərəkət şəraitini sərbəstləşdirdiyindən yol-nəqliyyat hadisələrinin sayı azalır.

Avtomobilin inamla idarə olunmasına qonşu zolaqlardakı nəqliyyat axınlarının tərkibi, avtomobillərin dinamik keyfiyyətləri və qabarit ölçüləri də böyük təsir edir. Hərəkət zolağının eninin əsaslandırılmadan artırılması əsaslı vəsait qoyuluşunu və istismar xərclərini artırmaqla bərabər, əyri xətləli hissələrdə sürücülərin intizamsız hərəkətinə, avtomobilin optimal trayektoriyadan daha çox meyillənmələrinə şərait yaratdığından qəzalılığın yüksəlməsinə səbəb olur.

Qeyd olunmalıdır ki, hərəkətin təhlükəsizliyi nəinki, çiyinlərin olmasından, həmçinin, onların növündən, vəziyyətindən və hərəkət hissəsi ilə əlaqə növündən asılıdır.

Bərkidilməmiş və yol örtüyündən aşağıda yerləşən torpaq çiyinlərin eni mühüm əhəmiyyət daşıyır və əsasən də ilin nəmişli dövrlərində çox təhlükəli olub, avtomobilin sürüşməsinə səbəb olur.

Məlumdur ki, avtomobili hərəkət etdirən qüvvə onun aparıcı təkərlərinin yol örtüyü ilə kontakt sahəsində meydana gəlir. Bu qüvvənin ötürülmə dərəcəsi və xarakteri yol örtüyünün forması və vəziyyətindən asılıdır. Uzun müddət belə bir yanlış fikrə əsaslanmışlar ki, yol örtüyünün vəziyyəti nə qədər pis olarsa, hərəkət sürəti də bir o qədər az olur və deməli, hadisələrin baş vermə ehtimalı aşağı düşür.

Real vəziyyətlərin analizi göstərmişdir ki, bu heç də belə deyildir. Çünki belə yollarda hərəkət edən avtomobillər hərəkət sürətini dəyişməklə və bir sıra maneələri etməklə qəzalı şəraitlər yaradırlar.

Belə yerlərdə baş vermiş yol-nəqliyyat hadisələri adətən, toqquşmalardan ibarət olur. Bu toqquşmalar istər eyni istiqamətdə hərəkət edən avtomobillər arasında, istərsə də qarşı hərəkət zolağına çıxmış avtomobillə qarşıdan gələn avtomobil arasında baş verir. Bunun da əsas səbəbləri kimi aşağıdakıları xüsusi olaraq qeyd etmək olar: belə yerlərdə hərəkət edərkən qarşıdan gedən avtomobilin sürətini qəflətən azaltması, belə yol sahələrinin uzaqdan pis görünməsi, öz hərəkət zolağındakı nasazlıqları yandan keçməyə cəhd edən avtomobillərin qarşı hərəkət zolağına çıxması və s.

Nahamar yol örtüyünə malik əyri xətləli hissələrdə hərəkət daha təhlükəlidir. Belə sahələrdə avtomobillə yan qüvvələr təsir etdiyindən onun ilişmə çəkisinin azalması səbəbindən sürüşmə və ya yana aparıcı hadisəsi baş verə bilər. Nahamar səthə malik yol sahələrində hərəkət zamanı insan orqanizmi əlavə yüklər qəbul etdiyindən onlarda xoş olmayan hallar səbəbindən sürücülərin iş şəraiti pisləşə bilər.

Belə yol sahələrində hərəkətin təhlükəsizliyinin yüksəldilməsi üçün bir sıra tədbirlərin görülməsi vacibdir: vaxtında təmir edilməsi, sürücüləri vaxtında məlumatlandırmaq üçün xəbərdarlıq yol nişanlarından istifadə olunması, hərəkət sürətinin məhdudlaşdırılması və s.

Yol ayrıcıları və dəmir yol keçidləri nəqliyyat axınlarında kəsilmələr yaratdıqlarından, xarakter etibarilə digər yol sahələrində baş verən yol-nəqliyyat hadisələrindən fərqlənən hadisələrin səbəbkarı olurlar. Belə keçidlərdə əsas yol-nəqliyyat hadisələrinin növü olaraq qatar və avtomobil toqquşmalarının baş verməsidir. Belə hadisələr dəmir yollarında baş verən hadisələrin 20-40%-ni təşkil edir. Qatarın keçiddən görünmə məsafəsi də dəmir yol keçidlərinin təhlükəlilik dərəcəsinə böyük təsir edir. Qeyd etmək lazımdır ki, mövcud normalara görə dəmir yol keçidlərindən qatarın minimum görünmə məsafəsi 400 m-dir. Təəssüflər olsun ki, belə məsafə bir sıra keçidlərdə təmin edilmir. Yol ayrıcılarında ən təhlükəli vəziyyətlər sola və geriye dönmələr zamanı da yaranır. Yol ayrıcı girişlərində, bir qayda olaraq, görmə məsafəsi əsas yoldakı görmə məsafəsinin qiymətindən kiçik olur. Görmə məsafəsinin təmin edilməsində yol ayrıcının uzunluq profilindəki vəziyyəti mühüm rol oynayır. Ən yaxşı görmə şəraiti kəsişmənin yolların düzxətli hissələrində və çökük əyriyərdə olduğu halda təmin olunur.

Dünya ölkələri statistikasına görə baş vermiş yol-nəqliyyat hadisələrinin 10-40%-i bilavasitə yol ayrıcılarının payına düşür.

Avtomobil yollarının yoxuş və eniş sahələri yol-nəqliyyat hadisələrinin sayının yüksək olması ilə xarakterizə olunur. Sərt yoxuş və enişlərdə baş vermiş yol-nəqliyyat hadisələrinin əsas səbəbləri



kimi aşağıdakıları qeyd etmək olar: enişdə aşağı istiqamətdə hərəkət edən avtomobilin yolun torpaq yatağından çıxması və ya yoxuş istiqamətində ötməyə çıxan avtomobillə toqquşması, davamlı enişlərdə bəzi avtomobillərin yüksək sürətlə hərəkəti, dayanmış avtomobilin yanından keçilməsi və ya yük avtomobilinin ötürməsi zamanı qarşıdan gələn avtomobillə toqquşma və s.

Avtomobilləşmənin inkişaf tempini tormozlayan və yollarda hərəkətin təhlükəsizlik səviyyəsini azaldan əsas amillərdən biri də hərəkət iştirakçılarının bir-birindən etibarlı surətdə təcrid oluna bilməməsidir. Müxtəlif hərəkət iştirakçılarının yol hərəkətində iştirakı nəqliyyat axınlarında əlavə həyəcanlar yaradır ki, bu da çox vaxtı yol-nəqliyyat hadisələri ilə nəticələnir.

Müxtəlif hərəkət iştirakçılarının bir-birindən təcrid olunması yaşayış məntəqələri zonasında xüsusən çox vacibdir. Belə yol sahələrində avtomobillərlə yanaşı, kənd təsərrüfatı maşınları, motosikletlər, velosipedlər, piyadalar və hətta ev heyvanları da hərəkət edirlər. Ona görə də orada hərəkətin təhlükəsizliyinin təmin edilməsi məsələsi mümkün olmayan iş kimi görünür. Belə halda hərəkətin yüksək təhlükəsizlik səviyyəsi o zaman təmin edilmiş olur ki, müxtəlif hərəkət iştirakçılarının hərəkət trayektoriyaları bir-biri ilə kəsişmir. Təəssüflər olsun ki, mövcud olan avtomobil yollarında belə məsələ bu günə qədər də öz həllini tapa bilməmişdir. Bu səbəbdən də yaşayış məntəqələri zonası avtomobil yollarının ən çox potensial təhlükəliliyə malik olan hissələri hesab olunurlar və onlarda baş vermiş yol-nəqliyyat hadisələrinin sayı ümumi həcmə 40-60%-ni təşkil edir.

Yaşayış məntəqələrində yol-nəqliyyat hadisələrinin sayının çox olmasının əsas səbəblərindən biri də yolların düzgün avadanlıqlaşdırılmamasıdır. Bu isə digər hərəkət iştirakçılarının yolun hərəkət hissəsinə çıxmasına və yol-nəqliyyat hadisələrinin baş verməsinə şərait yaradır.

Həmçinin, böyük intensivlikli nəqliyyat axınları yaşayış məntəqələrini bir-birinə keçidi çətinləşdirən iki hissəyə bölür ki, bu da piyadaların təhlükəsizliyinə mənfi təsir göstərir.

Beləliklə, deyə bilərik ki, müasir avtomobil yolları nəqliyyat vasitələrinin bütün fəsillərdə və istənilən yol şəraitlərində təhlükəsiz hərəkətini təmin etməlidir.

## ƏDƏBİYYAT

1. Tağızadə Ə.H. və b. Yol hərəkətinin təşkili və təhlükəsizliyi. Bakı, 2002
2. Piriyev Y.M. Avtomobil yolları. Bakı, 1999
3. Bayramov R.P. Yol hərəkətinin texniki nizamlaşdırılması vasitələri. Bakı, 2004
4. Həsənov Ş.H. və b. Yol şəraitləri və hərəkətin təhlükəsizliyi. Bakı, 2013
5. Bayramov R.P. Yol hərəkətinin təşkili və təhlükəsizliyi. Bakı, 1993
6. Piriyev Y.M. Avtomobil yollarının nəqliyyat-istismar göstəricilərinin yüksəldilməsi. Bakı, 2000

## ABSTRACT

Sayyad Valiyev

### **The impact of road conditions on the traffic safety**

One of the main problems associated with the impact of road conditions on the traffic safety of the modern era is a matter of ensuring safety on the newly projected reconstructed roads and also on the roads in operation. Nowadays this problem is of great importance and the article reflects the comments on this matter.

## РЕЗЮМЕ

Сайяд Велиев

### **Влияние дорожных условий на безопасность движения**

В связи с влиянием дорожных условий на безопасность движения одной из важных современных проблем является вопрос обеспечения безопасности движения новых проектируемых, перестроенных, а также эксплуатируемых автомобильных дорог, комментарии которых находят своего отражения в статье.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent Arif Abbasov

**HÜSEYN QASIMOV**

*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

*email: [hqasimov@gmail.com](mailto:hqasimov@gmail.com)*

**UOT: 378.1:004**

## **ELEKTRON UNIVERSİTETLƏRİN NÖVLƏRİ, NƏZƏRİ ƏSASLARI, AZƏRBAYCAN TƏHSİL MÜHİTİNƏ UYGUN ELEKTRON UNIVERSİTET MODELİ**

*Açar sözlər: Bimodal universitet, distant universitet, on - off campus model, elektron universitet, off - campus model, konsorsium.*

*Key words: bimodal university, distance university on - off campus model, electronic university, off - campus model, consortium.*

*Ключевые слова: Бимодальный университет, дистанционный университет, on-off campus модель, электронный университет, off - campus модель, консорциум*

E-universitet anlayışı faktiki olaraq onlayn və distant təhsil formalarının yeni mərhələsini təqdim edir.

Sukhothai Thammathirat Açıq Universitetinin fəxri doktoru professor Patamaporn Yenbam-rung “İnkişaf etməkdə olan Elektron Universitet: iyirmi birinci əsrdə Distant Təhsil” əsərində göstərir ki, elektron universitet termin kimi çox yayılsa da, elmi ədəbiyyatlarda haqqında çox da dəqiq fikirlər olmayan nisbətən yeni bir məfhumdur. Bu termin 1980 – ci illərin sonlarında ABŞ Təhsil Departamentinin Təhsil Resursları İnformasiya Mərkəzinin (bundan sonra ERİC. ERİC - Education Resources Information Center) verilənlər bazasının onlayn versiyasının identifikatoru kimi istifadə edilmişdir. Güman ki, elektron universitet ideyası da ilk dəfə əsasən ABŞ – da 1980 – ci illərin ortalarında bir çox universitet və kolleclərin öz təhsil xidmətlərində İKT – dən istifadə etməsilə başlamışdır. Əslində distant təhsil konsepsiyası ilə elektron universitet konsepsiyası bir – birilə birbaşa, eləcə də bu konsepsiyaların yardımçı vasitələri olan distant tədris konsepsiyası, distant təlim, telekurslar, qiyabi təlim, müstəqil təlim, xarici təlim və açıq universitet anlayışları ilə sıx əlaqədirlər. Müəllifə görə elektron universitet müxtəlif elektron ötürücü üsul və vasitələrlə ali təhsil almağa imkan verən distant təhsil tipidir. [3]

Elm və Texnologiya Ali Universitetinin professoru Valeri Platonov “Təhsildə İnformasiya Texnologiyaları” konfransında yayımladığı “Elektron universitetin fəaliyyət konsepsiyası haqqında” məqaləsində elektron universitet anlayışını, onun yaranma zərurətini, missiyalarını və məqsəd və vəzifələrini belə ifadə edir.

Elektron universitet potensial sifarişçilərin – tələbələrin nisbətən çevik və qənaətcil təhsil probleminin həlli üçün nəzərdə tutulmuşdur.

Elektron universitetin yaranma zərurəti – kadr hazırlığında keyfiyyətin artırılması üçün ömür boyu təhsil tələbi, ali təhsil bazarında artan rəqabət, demoqrafik tənəzzül, büdcə və qeyri büdcə maliyyələşməsi rəqabətinin artması amilləridir.

Platonova görə elektron universitetin əsas məqsəd və vəzifələri aşağıdakılardan ibarətdir:

- Elektron təhsil mühitində cəmiyyətin intellektual potensialının realizasiyası prosesində layihə iştirakçılarının maraqlarını maksimum təmin edən biznes texnologiyası yaratmaq

- Elektron universitet dünya təhsil bazarında yüksək paya sahib olmaq üçün konkret fəaliyyət konsepsiyası qəbul etməlidir.

- Elektron universitetdə təhsil keyfiyyəti oflayn universitetin təhsil keyfiyyətindən geri qalmamalıdır.

- Elektron universitetin yüksək keyfiyyətli brendi olmalı, onun diplomu beynəlxalq səviyyədə məzunlarının bilik və bacarıqlarının sertifikatı olaraq tanınmalıdır [4].

Bəzi müəlliflər isə elektron universiteti “elektron biliklər bankı” adlandırırlar və onun idarəetmə prinsipini bir neçə səviyyəyə ayırırlar:

Birinci idarəetmə səviyyəsi “elektron universitetin idarəedilməsi” adlanır. Bu səviyyə

- İxtisasların idarə olunması (Bura kurs siyahıları üzrə ixtisas siyahılarının, ixtisaslar və ixtisaslaşmalar üzrə tədris və tədris-təcrübə planlarının, imtahan sessiyası və imtahan planlarının tərtib olunması aid edilir);

- Tələbələrin qeydiyyatı, tədris qruplarının formalaşdırılması və ixtisas üzrə qrupların idarə olunması, tələbələrin şəxsi kartlarının hazırlanması sistemlərindən ibarətdir.

İkinci idarəetmə səviyyəsi ixtisasların idarə edilməsi adlanır və

- ixtisaslar üzrə müəllim kollektivinin formalaşdırılması (Bu kollektiv tədris planına uyğun dərsləri tələbələrdən uzaqda olmaqla tədris etdiyindən müxtəlif ali məktəblərin müəllimlərindən də təşkil edilə bilər);

- sessiyanın qrafikinə formalaşdırılması (əgər elektron universitetdə imtahanlar və məqbullar əyani təhsil formasına uyğun qəbul edilirsə bu zaman təqvim planının olması zəruridir);

- tədris prosesi ilə əlaqəli sənədlərin dövriyyəsinin təşkili (bu səviyyədə tələbələrin müvəffəqiyyətlərinin şəxsi kartlara işlənməsi və davamiyyət jurnalının elektron formada doldurulması sistemi hazırlanır);

- ixtisaslar üzrə elektron kitabxananın idarə olunması;

- ixtisas üzrə cari müvəffəqiyyətin analizi (bu analiz hər bir fənn üzrə ümumi təhsil mənzərəsini görmək üçün vacibdir.);

- tədrisin keyfiyyətinin monitorinqi sistemlərini əhatə edir.

Üçüncü səviyyə fənlərin idarə olunması səviyyəsidir ki, bu səviyyə də

- nəzəri və praktik dərslərin elektron formada hazırlanmasını;

- kurs üzrə elektron kitabxananın formalaşdırılmasını;

- tədrisin gedişinə, tapşırıqların tələbələr tərəfindən yerinə yetirilməsinə nəzarət və analizi təmin edən sistemlərin işlənməsini;

- İmtahan və məqbulların qəbul edilməsini təmin edən sistemləri özündə birləşdirir. [5]

Hal-hazırda dünyada çoxlu e-universitetlər mövcuddur. Bu e-universitetləri ümumi şəkildə idarəetmə strukturuna görə üç qrupa ayırmaq olar.

1. Bimodal (on-off-campus) model,

2. Distant (off-campus) model,

3. Konsorsium modeli.

Bi modal modelə o universitetlər aid edilir ki, bu universitetlərdə fənlər ənənəvi qaydada tədris edilməklə yanaşı elektron formada distant təhsil də verilir. Bu cür universitetlərdə əksər hallarda müvəffəqiyyət imtahanlarının keçirilməsi əyani və distant şöbənin tələbələri üçün vahid qaydada aparılır. Bu model xarici tədris proqramları çərçivəsində Avstraliyanın Dikin, Merdok universitetlərində, Yeni İngiltərə Universitetində və başqa universitetlərdə, ABŞ-da isə genişləndirilmiş kurslar şəklində Kaliforniya Universitetində, Nova Universitetində, Stenford Televiziya Tədris Şəbəkəsində, Cənubi Korolina, Texas, Vikonsin və Medison universitetlərində tətbiq olunur. Fici, Yamayka, Papua, Yeni Qvineya və Zambiya kimi dövlətlərdə də bu modeldən distant təhsil proqramı çərçivəsində istifadə olunur.

Distant təhsil modeli birinci modeldən fərqli olaraq yalnız distant təhsil verməklə məşğul olur və bu universitetlərin ənənəvi kampusları olmur. Bu cür təhsil müəssisələrinin fərdi təhsil siyasəti olur və tələbələrə fərdi təhsil dərəcələri mənimsədilir. Distant təhsil verən təhsil müəssisələri bütün dünyada geniş yayılmışdır. Bu tip təhsil müəssisələri bəzi aspektlərinə görə fərqlənirlər. Bu müəssisələrin fəaliyyət dairəsi əsasən bu və ya digər dövlətin təyin etdiyi şərtlərdən asılı olur. Başqa sözlə hər bir müəssisə öz “milli” xüsusiyyətlərinə sahib olur. Bu qrupdan olan bir çox universitetlər əsasən Böyük Britaniya Açıq Universitetinin (UKOU) “törəmələri” adlanırlar. Kanada, Çin, Kosta – Rika, Almaniya, Hindistan, İndoneziya, İsrail, Yaponiya, Pakistan, İspaniya, Şri – Lanka, Tayland,

Hollandiya, Venesuela kimi dövlətlərdə UKOU təhsil modeli üzərində qurulmuş distant e-universitetlər mövcuddur. ABŞ – da az sayda bu modellə fəaliyyət göstərən təhsil müəssisəsi vardır. Bu müəssisələr də yalnız qiyabi təhsildə bu modeldən istifadə edirlər.

Konsorsium modeli bir neçə e-universitetin qarşılıqlı - birləşmiş fəaliyyətini həyata keçirməyi nəzərdə tutur. Konsorsiumların köməyi ilə universitetlər keyfiyyətli təhsil xidmətləri təqdim etmək üçün bir-birlərinin tədris resurslarından və avadanlıqlarından müştərək istifadə etmək imkanı qazanırlar.

Bu modelin tətbiq olunduğu universitet kimi ABŞ - ın Milli Texnologiya Universitetini (NTU) göstərmək olar. Konsorsim, Massaçusets ştatında Milli Texnologiya və Stenford Universitetləri də daxil olmaqla 40–dan çox texnikumu (kolleci) özündə birləşdirir və ABŞ – müxtəlif yerlərində televiziya verilişləri vasitəsilə xüsusi kursların keçirilməsini təşkil edir.

Digər bir maraqlı konsorsium isə Qlobal Universitet (GU) təşkilatıdır. Təşkilat “Universitetlərin və ticarət müəssisələrinin təhsil tərəfdaşlığı çərçivəsində ümumdünya elektron şəbəkəsi” – ni yaratmağı təklif edir. Hazırda bu konsorsium–universitet sakit okean hövzəsində yerləşən universitet və kolleclərin tədris resurslarından qarşılıqlı istifadəsini təmin etmək üçün simvolik qiymətlə süni peykdən istifadə etməyin yollarını araşdırır. Beləliklə GU konsorsium üzvlərinə öz vasitələrindən müştərək istifadə imkanı yaratmış olur. Nəticədə maliyyə vəziyyəti ağır olan müəssisələr öz xidmətlərini təqdim etmək üçün ümumi aktivdən istifadə edə bilirlər. Bu konsorsiumun köməyi ilə bütün dünyada təhsil alanlar öz ölkələrində olmayan ən yaxşı tədris vəsaitlərindən yararlana biləcəklər [1].

Araşdırmalar göstərir ki, Bimodal model üzərində qurulmuş e-universitetlərdə isə hər bir tələbə müəllimlə birbaşa ünsiyyətdə olduğu üçün bilik və bacarıqlara daha yaxşı yiyələnmiş olur. Bu cür universitetlərdə təhsil alan, güclü elmi potensiala sahib əcnəbi tələbələrin məzun olduqdan sonra ölkədə qalması üçün şərait yaratmaqla onun elmi potensialından yararlanmaq imkanı olur. Lakin bu model müasir dünyanın, elektronlaşmış cəmiyyətin tələblərinə, o cümlədən YUNESKO-nun yeni təhsil konsepsiyasının əsas prinsipləri olan “Ömür boyu təhsil”, “Hamı üçün təhsil”, “Sərhədsiz təhsil” tələblərinə qismən cavab verir.

Konsorsium modeli effektiv model olsa da hələ də özünü doğrulda bilmir. Buna bir çox amillər təsir edir. Distant model üzərində qurulmuş e-universitetlərdə təhsil alan tələbələr hesabına ölkəyə maliyyə axını baş verir, istənilən yerdə, istənilən zaman təhsil almaq imkanları özünü doğruldu. Lakin bu universitetlərin məzunu olan əcnəbi tələbələrin elmi potensialından yararlanmaq imkanları bir qədər məhdud olur.

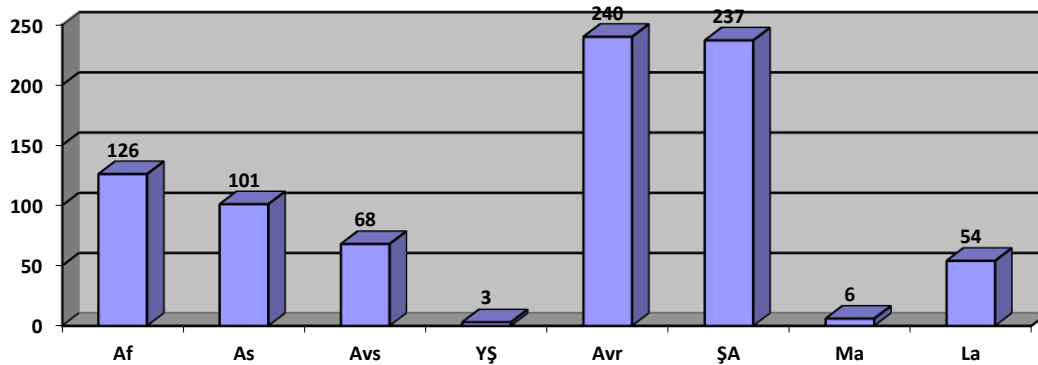
Tədqiqatlar göstərir ki, hər üç elektron universitet modelində təhsil prosesinin əsasını distant təhsil tutur. Dünyada bir çox distant təhsil sistemləri mövcuddur. Keçən əsrin 70 – ci illərinə distant təhsilə marağın yaranması və və dünya üzrə açıq distant təhsilin inkişafının başlanğıc nöqtəsi kimi baxmaq olar. Məhz 70 – ci illərdə bir çox dünya ölkələrində yeni tip universitetlərin yaranması aktivlik təşkil etmişdir. Bu illərdə Yaxın Şərq və Mərkəzi Amerika ölkələrində təhsil səviyyəsinin aşağı olmasına baxmayaraq bu sahədə gerilik müşahidə olunmuşdur.

Elektron universitet və onun idarə olunma mexanizmi, eləcə də elektron universitetlərdə təhsil mühitini formalaşdırmaq üçün deyilən fikirlər bununla məhdudlaşmır.

Elm və texnologiya sahəsində RF mükafatı laureatı, təhsil sahəsində RF Dövlət mükafatı qalibi Bauman adına Moskva Dövlət Texniki Universitetinin rektoru, professor, texnika elmləri doktoru Anatoli Aleksandrovun fikrincə elektron universitet layihəsi universitetin tədris və inzibati – təsərrüfat fəaliyyətində kompleks idarəetmə sistemi olub, universitetin iş effektivliyini yüksəltməli və modul – reyting təhsil sistemi olan bolonya sisteminə hamar keçidi təmin etməlidir.

Sistemin tətbiqi tələbələrin qeydiyyatı, axtarışı, qiymətləndirilməsi, eləcə də maliyyə və inzibati – təsərrüfat fəaliyyətində əmək sərfiyyatının azaldılmasını təmin etməli, tələbə və professor – müəllim heyəti üçün universitetin cazibədarlığını artırmalıdır.

Tətbiq olunan sistem statusundan asılı olaraq universitet personalına müxtəlif xidmətlər göstərən proqramlar toplusundan ibarət olmalı və uzaq VEB girişini dəstəkləməlidir [6].



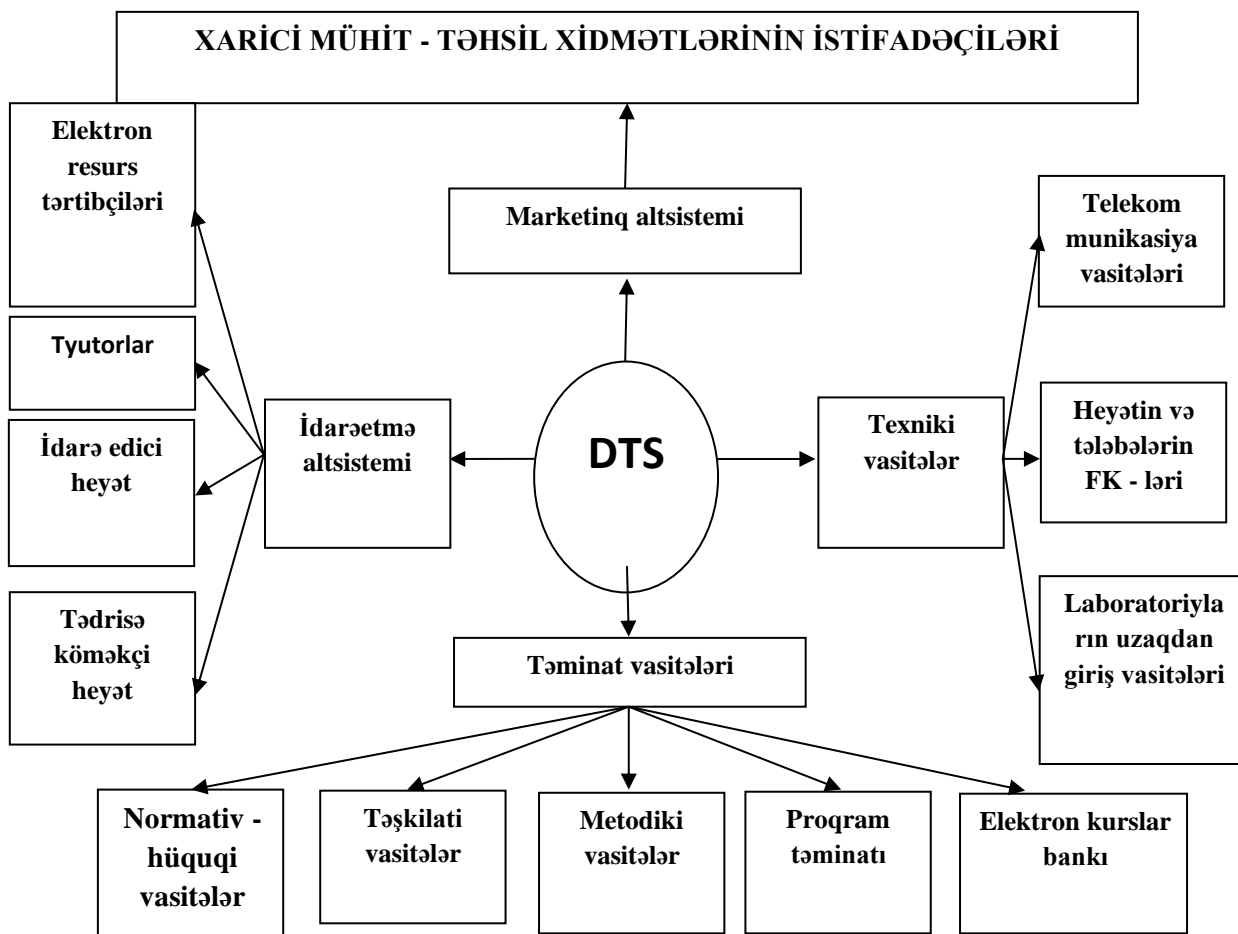
**Af** -Afrika  
**As** -Asiya  
**Avs** -Avstraliya  
**YŞ** -Yaxın Şərq

**Avr** -Avropa  
**ŞA** -Şimali Amerika  
**MA** -Mərkəzi Amerika  
**LA** -Latin Amerikas

Şəkil 1. 90 – cı illərdə distant təhsil xidməti təklif edən təhsil müəssisələrinin sayı [2, s 202-215].

Qloballaşan dünyada kompüter şəbəkələri əsasında vahid informasiya-tədris mühitinin formalaşmasına, tədris prosesinin idarə edilməsinə, müəllim və öyrənənin onlayn qarşılıqlı əlaqəsinin yeni prinsiplər üzərində qurulmasına, tədris xidmətlərindən istifadə edənlərin gözləntilərinə uyğun olaraq yeni tədris kontentlərinin işlənməsinə və s. dəyişikliklərin olunmasına ehtiyac vardır.

Şəkil 2. Distant Təhsil Sisteminin (DTS) struktur sxemi



Azərbaycanda elektron universitetlərin yaranması və inkişafı Azərbaycan vətəndaşlarını key-

fiyyətli təhsil xidməti ilə təmin etməklə yanaşı xarici ölkə vətəndaşlarının da bizim universitetlərdə təhsil almalarına, eləcə də gələcəkdə Azərbaycan universitetlərinin də dünya reyting sistemində yer tutmasına səbəb ola bilər.

Azərbaycanda elektron universitetləri aşağıda göstərilən kateqoriyalardan olan vətəndaşların hesabına yaratmaq və tələbə potensialını formalaşdırmaq olar.

- Mərkəzdə oxumaq imkanı olmayan kiçik şəhər, qəsəbə və kənd məktəblərinin məzunları;
- Region şirkətlərinin, idarə və təşkilatların əməkdaşları;
- Ordudan təxris olunmuş əsgər və zabit heyəti;
- Xüsusi xidmət orqanlarından təxris olunmuş əməkdaşlar;
- İkinci təhsil və ya ixtisas artırma arzusunda olan vətəndaşlar;
- Azadlıqdan müvəqqəti məhrum edilmiş şəxslər;
- Əlillər;
- Türkdilli ölkələrin vətəndaşları;
- Xarici dillərdə tədris materialları hazırlamaqla digər xarici ölkə vətəndaşları.

Azərbaycanda elektronlaşmış cəmiyyətin tələblərinə, o cümlədən YUNESKO-nun yeni təhsil konsepsiyasının əsas prinsipləri olan “Ömür boyu təhsil”, “Hamı üçün təhsil”, “Sərhədsiz təhsil” tələblərinə cavab verə bilən, regionların, bütövlükdə respublikanın iqtisadi, sosial–mədəni mühitinin inkişafının stimullaşdırılmasında mühüm rol oynayacaq vahid elektron universitet konsepsiyasının işlənilib hazırlanması zəruridir.

Respublikamızda nüfuzlu universitetlər çoxdur. Bu universitetlər müəyyən dərəcədə elektron təhsil xidməti də göstərir, lakin tam mükəmməl elektron universitet hələ də yaradılmayıb. Nəzərə alsaq ki, Azərbaycan respublikası, eləcə də digər MDB respublikalarında olan universitetlər 25 il bundan əvvələ kimi yalnız ənənəvi təhsil xidməti göstərmiş, eyni zamanda hələ də insanlar tam distant təhsil üçün hazır deyil, konsorsium üçün isə tam maddi baza yoxdur, o zaman demək olar ki, bu cür dövlətlər üçün ən optimal variant bimodal elektron universitet modelidir. Lakin tam bimodal model bir qədər köhnə modeldir. Bu gün artıq VVEB 2.0 texnologiyası əsasında daha müasir portallar yaratmaqla distant universitet modelinin müsbət xüsusiyyətlərini də özündə birləşdirən mükəmməl elektron universitet modeli antologiyasının hazırlanması daha məqsədə uyğundur. Antologiya bimodal elektron universitetə uyğun yaradılsa da burada distant təhsil formasını seçmiş öyrənmələr üçün fərdi təhsil trayektoriyasının seçilməsi mümkün olmalı, distant təhsil üçün yüksək imkanlara sahib olan virtual laboratoriyalar qurulmalı, müəyyən fənlərin daha yaxşı mənimsənilməsi üçün vaxtaşırı olaraq videokonfrans şəklində dərslər təşkil olunmalıdır və daim tələbələrle qarşılıqlı yazışmalar həyata keçirilməlidir. Bu tədbirlər özünü doğrultduğu halda zamanla tam distant modelə uyğun antologiyalar üzərində çalışmaq effektiv olacaqdır.

Tədqiqatlardan belə nəticəyə gəlmək olar ki, elektron universitetin fəaliyyət konsepsiyasının işlənməsi, intellektual elektron universitetin prinsip, model və metodlarının hazırlanması kifayət qədər aktual məsələdir. Bu məsələnin həlli gənclərin dünya təhsilinin, müasir cəmiyyətin tələblərinə cavab verməyə imkan verəcəkdir. Tədqiqatların davam etdirilməsi zəruridir.

## ƏDƏBİYYAT

1. Qasımov H.Ə., Elektron universitet elektron dövlətin strateji sahəsi kimi, "Elektron dövlət quruculuğu problemləri" I Respublika elmi - praktiki konfransının əsərləri, Bakı, 2014, s. 215
2. Соловов А.В. Электронное обучение: проблематика, дидактика, технология. Самара, «Новая техника», 2006, 462 с.
3. <http://www.websoft.ru/db/wb/ FC5AC4EB20E98DAEC3256F310024CEF/doc.html>
4. <http://ito.su/2001/ito/III/2/III-2-32.html>
5. [http://ido.tsu.ru/files/pub2000/5\\_2000\\_vumjat\\_demk\\_kist.pdf](http://ido.tsu.ru/files/pub2000/5_2000_vumjat_demk_kist.pdf)
6. <http://eun.bmstu.ru/>

## ABSTRACT

Huseyn Qasimov

### **The types, theoretical foundations of e - universities. Compatible e - university model for Azerbaijan educational environment**

The article indicate purposes positions, theoretical foundations, principles and levels of management of e - university. Are presented currently available e - university models. The models are compared. Explores they compatibility for Azerbaijan educational environment. Presented distance education levels world countries as bargraphs. Displayed the structural scheme of distance educational system. At the finish displayed necessary factors for establish of e - university in Azerbaijan. At the same time lists the potential population that may be students e - university. Proposed e - university model compatibility for Azerbaijan educational environment.

## РЕЗЮМЕ

Гусейн Гасымов

### **Типы, теоретические основы e - университетов. Совместимая модель e - университета для Азербайджанской образовательной среды**

В статье рассматриваются теоретические основы, цели, задачи, принципы и уровни управления электронного университета. Расследуется в настоящем времени доступные модели электронных университетов. Проводится сравнение между моделями. Исследованы совместимость каждой модели с Азербайджанской образовательной среды. Представлены уровень дистанционного образование мировых стран в виде барографах. Показывается структурная схема система дистанционной образовании. На конце показывается необходимые факторы для создания и основная часть населения будет формировать студентов электронного университета. Предлагается самый совместимый модель электронного университета для Азербайджана.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

Məqaləni çapa təqdim etdi: *Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru E.Məmmədov*

**PƏRVİZ ALLAHVERDİYEV**

*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

Perviz\_Allahverdiyev@ Hotmail.com

UOT:351

## **FÖVQƏLADƏ HALLARDA ƏHALİNİN MÜHAFİZƏSİNİN ÜSUL VƏ PRİNSİPLƏRİ**

*Açar sözlər:* Fövqəladə halları, əhalinin mühafizəsi, sülh və müharibə dövründə, mülki müdafiə tədbirləri, fərdi mühafizə vasitələri, sığınacaqlar və daldanacaqlar.

*Key words:* Emergencies, population's protection, during the peace and war, civil protection measures, personal protective equipment, refuges and shelters.

*Ключевые слова:* Экстренные случаи, защита населения, мирное и военное время, меры по защите гражданского населения, средства индивидуальной защиты убежища и укрытие.

Fövqəladə hallar zamanı əhalinin mühafizəsi dövlətin və mülki müdafiə sisteminin qarşısında duran ən başlıca vəzifələrdən biridir. Mühafizə tədbirlərinin təşkilində başlıca məqsəd fövqəladə hallarda baş verə biləcək xəsarətlərin qarşısını almaq və yaxud minimuma endirməkdən ibarətdir. Bu işləri vaxtında və layiqincə yerinə yetirmək üçün əhalinin mühafizəsi üzrə respublikamızda ümumdövlət və ərazi mühafizə sistemi yaradılmışdır ki, buna aşağıdakılar daxildir.

-Fövqəladə hallar zamanı baş verə biləcək hadisələri və onların nəticələrini proqnozlaşdırmaq və analiz etmək.

Əhalini baş verə biləcək hadisələr haqqında xəbərdar etmək.

Fövqəladə hallar zamanı xilasetmə və digər təxirəsalınmaz işlərin təşkili və aparılması

Əhalinin mühafizəsi sülh və müharibə dövrünün fövqəladə halları zamanı ərazi-istehsalat prinsipinə əsasən təşkil olunur. Bu o, deməkdir ki, obyekt, idarə əraziyə görə aparılması.

Mühafizə tədbirlərinin hazırlanması sülh dövründə, ərazinin xüsusiyyəti nəzərə alınmaqla təşkil olunur.

Əhalinin mühafizəsi üzrə tədbirlər sülh dövründə qabaqcadan ölkənin bütün ərazilərində həyata keçirilməlidir.

Sülh və müharibə dövründə yaranmış fövqəladə hallar zamanı əhalinin mühafizəsi müəyyən prinsiplərlə həyata keçirilir. Əsas prinsiplərə aiddir.

1. Əhalinin mühafizəsi ərazi icra hakimiyyətinə, istehsalata görə isə məxsus olduğu şirkətə tabedir.

Ölkənin xarici siyasi kursuna uyğun olaraq ərazinin xüsusiyyətini, əhalinin yaşayış tərzini, təhlükənin dərəcəsini nəzərə alaraq planlaşdırılır. Mülki müdafiənin tədbirləri hərbi komandanlıqla birgə yerə yerinə yetirilir.

3. Əhalinin mühafizəsi üzrə tədbirlər kompleks şəkildə, bütün variantlardan istifadə etməklə həyata keçirilir. Bunların da ən əsası əhalinin mühafizə qurğularında gizlədilməsi, əhalinin təhlükəsiz ərazilərə köçürülməsi və fərdi mühafizə vasitələri ilə təmin edilməsidir.

4. Əhalinin mühafizəsi tədbirləri sülh dövründə planlı şəkildə aparılır.

5. Ölkənin bütün əhalisi mülki müdafiənin tədbirlərinə cəlb olunmalıdır.

Mühafizə tədbirlərinin hazırlanması zamanı hər bir hadisə ayrı-ayrı rayonların xüsusiyyətini nəzərə almaqla hazırlanır.

Radioaktiv zəhərlənmə zamanı əhalinin mühafizəsi-Radioaktiv zəhərlənmənin baş verə biləcəyi obyektlərə aiddir.

-Radiasiya təhlükəli obyektlərdə

-Atomla işləyən gemilərdə

Belə qəzalar çox ağır nəticələri verir.



Ərazidə yanğınların baş verməsi ekalogiyanın çirklənməsinə, əhalinin xəsarət almasına səbəb olur.

Radioaktiv zəhərlənmə zamanı əhalinin mühafizəsinin əsas üsullarına aiddir:

1. Radioaktiv təhlükə haqqında əhalinin vaxtında xəbərdar edilməsi, kollektiv və fərdi mühafizə vasitələrindən istifadə olunması.

2. Tibbi-profilaktik tədbirlərin həyata keçirilməsi.

3. Zəhərlənmiş ərazidə mühafizə rejiminə riayət etmək.

4. Əhalinin zəhərlənmiş ərazidən köçürülməsi.

5. Zəhərlənmiş əraziyə girişin məhdudlaşdırılması.

6. Zəhərlənmə təhlükəli ərzaq məhsullarından, sudan imtina etmək.

7. Əhalinin sanitar təmizliyinin aparılması və ərazinin dezinfeksiya edilməsi.

Radioaktiv zəhərlənmə ehtimalı olan obyektə qəza təhlükəsi yaranarsa obyektin rəhbəri yuxarı təşkilatlara xəbər verməlidir. Qəza təhlükəsi haqqında əhali və qonşu dövlətlər xəbərdar olunurlar. Belə obyektlərdə əhalinin mühafizəsi üçün rejim planı hazırlanır. Əhali arasında tibbi profilaktik tədbirlər aparılır, lazım gəldikdə obyektə yaxın ərazidə yaşayan əhali xəbərdar olunur. Əhali <<Radiasiya təhlükəsi>> signalı ilə xəbərdar olunurlar.

Obyektə qəza baş verən zaman obyektin ştatlı-qəza xidmət dəstələri havanın zəhərlənməsinin qarşısını almaq üçün, qəzayı tez aradan qaldırmağa çalışırlar. Yanğın dəstələri yanğınları söndürür, dağıntının altından tapıb çıxarır, ilk tibbi yardım göstərərək xəstəxanaya göndərilirlər.

Radiasiyalı ərazidə kəşfiyyat nəzarət postları təşkil olunur. Kəşfiyyat qrupunun məlumatına əsasən zəhərlənmənin sərhəddi müəyyən olunur.

Ərazidə əhalinin ala biləcəyi radiasiya dozası 50-75 r olarsa əsas mühafizə üsulu əhalinin mühafizə qurğularında gizlənməsidir. Bir sutkadan sonra qısa müddətə fərdi mühafizə vasitələrindən istifadə etməklə açıq havaya çıxmaq olar. Belə ərazidə rejim qaydaları mülki müdafiənin rəisi tərəfindən tənzimlənir. Əhali bir həftə ərzində 25 r radiasiya dozası alarsa, bu halda əhali fərdi mühafizə vasitələrindən istifadə etməklə açıq havada qala bilər. Ancaq mühafizə qurğularında gizlənmək daha etibarlıdır. Əhalinin şüalanma ehtimalı bir il ərzində 10 r-dən çox olarsa, belə ərazidə açıq havada fərdi mühafizə vasitələrindən istifadə etmədən qalmaq təhlükəsizdir. Radioaktiv zəhərlənmiş ərazi həmişə tibbi nəzarət altında olmalıdır.

Kimyəvi zəhərlənmə zamanı əhalinin mühafizəsi-Kimyəvi zəhərlənmə, kimyəvi zəhərləyici maddələrlə işləyən obyektlərdə qəzalar zamanı, düşmənin kimyəvi silahdan istifadəsi zamanı baş verir. Belə qəzalar zamanı əhali təhlükəli dərəcədə zəhərlənə bilər. Kimyəvi zəhərləyici maddələr qısa müddətdə insanları məhv edə bilər. Bəzi hallarda kimyəvi zəhərlənmə yanğınlarla, partlayışlarla baş verir.

Kimyəvi zəhərlənmədə əhalinin mühafizəsi əsasən radioaktiv zəhərlənmədə olduğu kimidir.

-Əhalini kimyəvi zəhərlənmə haqqında xəbərdar etmək.

-Fərdi mühafizə vasitələrindən istifadə etmək, sığınacaqlarda gizlənmək.

-Zəhərlənməyə qarşı dərmanlar qəbul etmək, dərinin açıq yerlərini yuyub təmizləmək.

-Zəhərlənmiş ərazidə rejim qaydalarına riayət etmək.

-Əhalinin ərazidən köçürülməsi.

-Əhalinin sanitar təmizliyininin aparılması.

-Ərazidə deqazasiya tədbirlərinin həyata keçirilməsi.

<< Kimya həyəcanı >> signalına əsasən mülki müdafiənin şəxsi heyəti idarəetmə məntəqəsinə yığılır, tez kəşfiyyat qrupu əraziyə göndərilir. Kəşfiyyat dəstəsi kəşfiyyat üçün əmr aldıqdan sonra yerinə yetirir və təyin edir.

1. Qəza baş vermiş yeri.

2. Zəhərləyici maddələrin növünü və dərəcəsini.

3. Zəhərlənmiş ərazidə əhalinin vəziyyətini.

4. Zəhərlənmiş ərazinin sərhəddini.

5. Küləyin sürətini və istiqamətini.

Kəşfiyyat kəşfiyyat dəstələri tərəfindən aparılması.

Kəşfiyyat məlumatlarına əsasən ərazidə nəzarət postları təşkil olunur, xilasetmə işləri aparılmağa başlayır. Zəhərlənmiş ərazinin sərhəddində əhalinin sanitar təmizliyi aparılır. Ərazi və nəqliyyat vasitələri deqozasiya olunur.

Sığınacaqların avadanlıqları-Sığınacaqlar əsas və yardımçı otaqlardan ibarətdir.

Əsas otaqlara: Sığınanlar üçün otaq, idarəetmə məntəqəsi, tibbi/cərrahiyyə/ otağı, yardımçı otaqlara isə süzücü ventilyasiya sistemi, DES, ərzaq ehtiyatı üçün otaq, su anbarı, sanitariya qovşağı, kislarod balonları otağı, giriş və çıxış qapıları aiddir.

Sığınacaqlarda texnoloji təminat istilik, su, kanalizasiya elektrik sistemi də yaradılır və şəhərin ümumi xətlərinə birləşdirilir.

Sığınacaqlar yüksək mərtəbəli binaların zirzəmilərində və yaxud ayrıca tikilə bilər. Sığınacaqlarda əsas qapılardan əlavə ehtiyat qapı da qoyulur ki, bu da dağıntıya məruz qalmayan ərazidə kip bağlanmış şaxta ilə qurtarır. Ehtiyat qapı binanın hündürlüyünün yarısından 3-5 m aralı qoyulmalıdır.

Sığınacaqlara giriş qapıları qoruyucu hermetik və hermetik qapılar qoyulur. Qapılar bayıra açılmalıdır.

Sığınacaqlara ev heyvanları gətirmək qadağandır. Uşaqlar üçün yüksək səs-küyə malik olmayan, oyuncaqlar, tez xarab olmayan qida məhsulları daha məsləhətdir.

Sığınacaqlarda ehtiyat çıxışın ölçüləri 120 sm \* 80 sm olan şaxta ilə qurtarır.

Sığınanlar üçün otaq əhalinin yerləşdirilməsi üçün nəzərdə tutulur. Bu otaqda 2 və yaxud 3 mərtəbəli skamyalar qoyulmuşdur. Oturmaq üçün oturmaqaların ölçüləri 45\*45 sm, uzanmaq üçün 55-180 sm-ə bərabər olur. Sığınacağın tutumu 600 nəfərdən az olarsa, sığınanlar üçün otaqda tibbi güşə və rabitə qovşağı yaradılır. Belə sığınacaqlarda bir kameralı, 600 nəfərdən çox olduqda iki kameralı dəhliz qoyulur.

Hava təmizləmə sistemi uducu süzgəclərdən, toz süzgəclərindən və ventilyasiya sistemindən ibarətdir. Burada FVA-49, FVK-I və ya FVK-2 markalı hava təmizləyici aqreqlər quraşdırılır. Hava təmizləmə sisteminə həmçinin hava qəbuledici aparat, hava aparıcı paylayıcı borular, nüvə partlayışı zamanı zərbə dalğasının qarşısını kəsmək üçün dalğasöndürən klapanlar, nizamlayıcı aparatlar da daxildir.

Ventilyasiya sistemi 2 rejimdə: təmiz ventilyasiya və süzücü ventilyasiya rejimi ilə işləyir

Təmiz ventilyasiya rejimində işlədikdə daxilə verilən hava müvafiq süzücü sistemdən keçərək radioaktiv tozlardan, bakteriyalardan təmizlənir, saatda hər adama 8-13 m<sup>3</sup> hava verir. Süzücü ventilyasiya rejimi ilə içəriyə verilən havanı xüsusi süzgəcdən süzüləndikdən sonra, əlavə uducu sistemdə zəhərli maddələrdən tamami ilə təmizlənir. Bu rejimlə adama saatda 2-10 m<sup>3</sup> hava verilir.

Sığınacaqlarda təcrid olunmuş rejimdən də istifadə olunur. Belə ki, oksigen çatışmamazlığı olduqda ehtiyat kislarod balonlarından otağa oksigen verilir.

DES sığınacağı elektrik cərəyanı ilə təmin etmək üçündür.

Sığınacaqlardan sülh dövründə anbar, müharibə dövründə sığınacaq kimi istifadə etmək olar. Amma anbar kimi istifadə edilərkən, tez xarab olan, kəskin iyi verən, daşınması çətinlik yaradan əşyaları saxlamaq qadağandır.

RƏD binaların zirzəmilərinə və yaxud ayrı tikilmiş mühafizə qurğularına deyilir. RƏD əhalini radioaktiv tozlardan, işıq şüalanmasından, zərbə dalğasından mühafizə etmək üçün nəzərdə tutulmuşdur.

RƏD aşağıdakı tələblərə cavab verməlidir:

- Əhalini iki sutka ərzində radioaktiv şüalanmadan mühafizə etməlidir.
- Orta və zəif dağıntı zonalarında zərbə dalğası 20kPa təzyiqinə davam gətirməlidir.
- Yanğın, partlayış təhlükəli, subasma ehtimalı olan ərazidə tikilməməlidir.
- Neft, qaz, su magistral xətlərinə yol tikilməməlidir.
- Əsas və ehtiyat qapılar qoyulmalıdır.

RƏD əsas və yardımçı otaqlardan ibarətdir. Əsas otaqlara-sığınanlar üçün otaq, yardımçı otaqlara-sanitariya qovşağı, çirklənmiş paltarlar üçün otaq, hava vurma sistemi aiddir. Bundan əlavə RƏD-ra su, kanalizasiya, istilik, elektrik xətti şəhərin ümumi şəbəkələrindən daxil olur. Sığınanlar üçün nəzərdə tutulmuş otaqda tibbi güşə və rabitə qovşağı yaradılır. Sığınanlar üçün otaqda otağın

hündürlüyündən asılı olaraq iki və yaxud 3 mərtəbəli taxta skamyalar yerləşdirilir. Otağın havasını dəyişmək üçün otaqda 10\*10 sm olan hava sovurucu qutu düzəldilir. Hava çıxan qutu/boru/hava daxil olan qutudan 1,5 və yaxud 2 m hündürlükdə yerləşdirilir. Daş binaların zirzəmilərində yerləşən daldalanacaqlar radiasiyanın səviyyəsini 200-300 dəfə, bəzən 500-1000 dəfə zəiflədir.

Taxtadan hazırlanmış mənzillərin zirzəmiləri radiasiyanı 7-12 dəfə azaldır. Çoxmərtəbəli binaların birinci mərtəbəsi radiasiyanı 5-7 dəfə azaldır. RƏD-lərin tutumu şəraitdən asılı olaraq 50 nəfər və çox ola bilər. Otağın hündürlüyü 1,9 m-dən az olmamalıdır. Tutumu 300 nəfərdən çox olan daldalanacaqlarda ayrıca hava vurma otağı tikilir. 300 nəfərdən az olduqda, hava təmizləmə sistemi bilavasitə sığınanlar üçün otaqda təşkil olunur.

Sadə daldalanacaqlar əhalinin yüksək hərərətdən, zərbə dalğasından, işıq şüalanmasından, radioaktiv zəhərlənmədən qismən qorunmaq üçün nəzərdə tutulmuşdur. Üstüaçıq xəndəklər zərbə dalğasının təsirini 1,5-2 dəfə, işıq şüalanmasını 2-3 dəfə azaldır. Üstübağlı xəndəklər (damında 60-70 sm torpaq örtüyü olan) radioaktiv şüalanmanı 200-300 dəfə azaldır. Belə daldalanacaqlar yerli materiallardan tikilir, tutumu 10-15 nəfərlik olur. Sadə daldalanacaqların hündürlüyü 1,8 m, dibi - 0,8 m, yuxarı hissəsi - 1,2 m olur. Sadə daldalanacaqlara bir və yaxud iki tərəfdən qapı qoyulur. Belə daldalanacaqlarda divarın bir tərəfində yuxarıda əşyaları qoymaq üçün rəf düzəldilir.

## ƏDƏBİYYAT

1. Аллахвердиев Л. Процедуры охраны и принципы населения в чрезвычайных ситуациях
2. Allahverdiyev P. Population's guard's procedures and principles in emergencies.

## ABSTRACT

**Parviz Allahverdiyev**

The correspondent of the population during emergencies rules of use of individual and collective protection, radioactive poisoning or chemical poisoning and how to use the protective equipment which is spoken in the margins.

## РЕЗЮМЕ

**Парвиз Аллахвердиев**

Корреспондент населения во время чрезвычайных ситуаций правил использования средств индивидуальной и коллективной защиты, радиоактивного отравления или химического отравления и как использовать защитное оборудование, которое говорят в кулуарах.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent Arif Abbasov

# METODİKA

**ORXAN CƏFƏROV**

*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

*orxan-1970@mail.ru*

UOT: 51: 37.016

## HƏNDƏSƏ KURSUNDA OXŞARLIQ METODU İLƏ QURMA MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLİ

**Açar sözlər:** *Qurma məsələləri, oxşarlıq metodu, məsələlərin həlli, konkurentlik, analiz, qurma, isbat, araşdırma*

**Keywords:** *Set of sums, the method of similarity, to do a sum, congruence, analysis, setting, proof, investigation*

**Ключевые слова:** *Задачи построение, метод сходства, решение задач, конкурентность, анализ, доказательство, рассмотрение.*

Qurma məsələlərinin həllində “Oxşarlıq metodu” adlanan metoddan da istifadə etmək əlverişli olur. Bu metodun mahiyyəti əsasən belədir: məsələnin həllində əvvəlcə tələb edilən fiqur deyil, ona oxşar olan fiquru qururuq. Bunun üçün məsələ şərtindən, axtarılan fiqura oxşar olan fiqurun qurulması üçün lazım olan şərtlər götürülür, qalan şərtlər kənara qoyulur.

Aydındır ki, götürülmüş şərtlərə əsasən qurulması tələb olunan fiqura oxşar olan sonsuz sayda fiqur qurmaq olar. Bu fiqurlar içərisindən tələb olunan fiquru seçmək üçün həmin kənara qoyulmuş şərtlərdən istifadə etməklə tələb olunan fiquru qururuq.

Qeyd edək ki, ancaq şərtinin bir hissəsi tələb olunan fiqura oxşar fiqurun qurulmasına imkan verən məsələləri oxşarlıq metodu ilə həll etmək olar.

Məlumdur ki, qurma məsələlərinin həlli zamanı əsasən analiz, qurma, isbat və araşdırma mərhələləri icra olunur. Bəzi məsələlər üçün analiz mərhələsini aparmaq və qurmanın planına tərtib etməklə kifayətlənmək olar.

Bəzi məsələlərin həllində oxşarlıq metodu ilə yanaşı konkurentlik çevirmələrindən də istifadə edirik, ona görə də yeri gəldikdə həmin çevirmələrin bəzi xassələrini tətbiq etmək faydalı olur.

Qurmaya aid olan bir çox məsələləri elə iki hissəyə ayırmaq olur ki, onların bir hissəsi tələb olunan fiqurun formasını, digər hissəsi isə onun ölçüsünü müəyyən etsin.

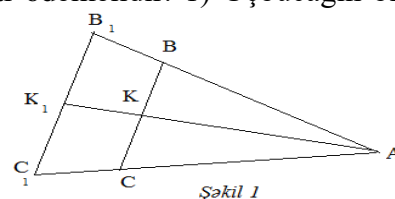
İndi də oxşarlıq metodunun köməyi ilə bir neçə qurma məsələsinin həllini nəzərdən keçirək. Məlumdur ki, bu və digər məsələni bir neçə üsulla həll etmək olar.

**Məsələ 1.** Bir bucağına, bucağı əmələ gətirən tərəflərinin nisbətinə və üçüncü tərəfə çəkilmiş medianına görə üçbucaq qurun.

*Analiz.* Verilən bucağı  $A$  ilə, tərəflərin nisbətini  $|AB| : |AC| = m : n$  ilə və  $BC$  tərəfinə çəkilən medianı  $m_a$  ilə işarə edək. Tələb olunan üçbucaq aşağıdakı üç şərti ödəməlidir: 1) Üçbucağın bir bucağı verilmiş  $A$  bucağına, 2)  $BC$  tərəfinə çəkilmiş median verilmiş  $m_a$  parçasına bərabər, 3)  $AB$  və  $AC$  tərəflərinin nisbəti isə  $m:n$  kimi olmalıdır (şəkil 1).

İkinci şərti nəzərdən atsaq, iki tərəfinə və bunlar arasındakı bucağa görə tələb edilən üçbucağa oxşar, sonsuz sayda üçbucaq qurmaq olar. Bu üçbucaqlardan birini qurub, sonra üçbucaqda nəzərdən atdığımız şərti daxil etsək, tələb edilən üçbucağı qura bilirik.

*Qurma.*  $|AB| : |AC| = m : n$  olduğundan  $|AB_1| = km$  və  $|AC_1| = kn$  yazmaq olar (burada  $k$  - ixtiyari həqiqi müsbət ədəddir). İndi də  $|AB_1| = km$  və  $|AC_1| = kn$  və bunların arasında qalan  $A$  bucağına görə  $\Delta B_1AC_1$  üçbucağını quraq və bu üçbucağın  $AK_1$  medianını çəkək. Sonra  $AK_1$  düz



Şəkil 1

xətti üzərində  $|AK| = m_a$  parçasını ayırıb,  $K$  nöqtəsindən  $AB_1$  və  $AC_1$  düz xətlərini uyğun olaraq  $A$  və  $C$  nöqtələrində kəsişən  $B_1C_1$  düz xətt parçasına paralel xətt çəkək. Onda  $ABC$  üçbucağını alırıq. Bu üçbucaq isə tələb olunan üçbucaq olacaqdır.

*İsbat.* Qurmaya görə  $\triangle ABC \sim \triangle AB_1C_1$  oxşar üçbucaqlar olduğundan,  $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|AB_1|}{|AC_1|}$  olar. Digər

tərəfdən isə  $\frac{|AB_1|}{|AC_1|} = \frac{km}{kn} = \frac{m}{n}$  -dir. Beləliklə,  $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{m}{n}$  və digər tərəfdən isə  $B_1\hat{A}C_1 = B\hat{A}C = \hat{A}$ .

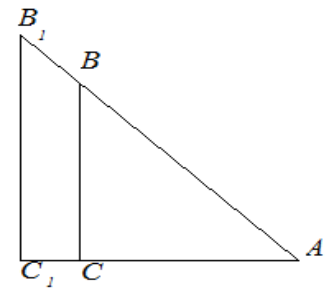
Yəni  $B\hat{A}C$  bucağı verilmiş  $\hat{A}$  bucağına bərabərdir və qurmaya görə  $|AK| = m_a$  -dır. Digər tərəfdən  $K_1$  nöqtəsi  $B_1C_1$  -in orta nöqtəsi olduğundan,  $K$  nöqtəsi də  $BC$ -nin orta nöqtəsi olacaqdır. Deməli  $AK$  verilən mediyandır. Beləliklə,  $ABC$  üçbucağı məsələnin bütün şərtlərini ödəyir.

*Araşdırma.*  $A < 180^\circ$  olduqda məsələnin həmişə yeganə həlli var.

**Məsələ 2.** Katetlərinin nisbətində və hipotenuzuna görə düzbucaqlı üçbucaq qurun.

*Analiz.* Katetlərin nisbəti  $|BC| : |CA| = m : n$  və hipotenuz  $|AB| = c$

olsun.  $c$  hipotenuzunu nəzərə almadan katetlərinin nisbətində və bunlar arasında qalan düz bucağa görə  $B_1C_1A$  düzbucaqlı üçbucağını qurub (şəkil 2) bunun  $AB_1$  hipotenuzunu üzərində  $AB=c$  parçasını ayırıb  $B$  nöqtəsindən  $|BC| \parallel |B_1C_1|$  ( $C \subset AC_1$ ) çəksək tələb olunan düzbucaqlı üçbucağı alırıq.



Şəkil 2.

Məsələnin qurma, isbat və araşdırma mərhələləri aşkardır.

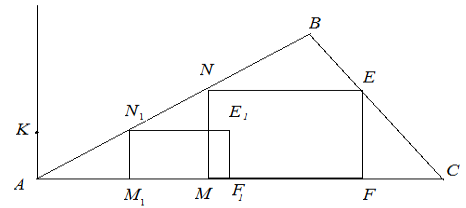
**Məsələ 3.** Verilən üçbucağın daxilində iki təpəsi üçbucağın bir təpəsi üzərində, o biri iki təpəsi isə üçbucağın qalan tərəfləri üzərində olan və tərəfləri nisbəti verilmiş olan düzbucaqlıları qurun.

*Analiz.* Tutaq ki, məsələ həll edilmişdir.  $ABC$  verilən üçbucaq,  $MNEF$  isə onun daxilində çəkilmiş və tərəfləri nisbəti verilən düzbucaqlıdır (şəkil 3). Bu düzbucaqlının

$E$  təpəsinin üçbucağın  $BC$  tərəfi üzərində olması şərtini kənara qoyaq.  $M_1N_1$  və

$M_1F_1$  tərəfləri uyğun olaraq  $km$  və  $kn$  ( $k$ -ixtiyari müsbət ədəddir) olan  $M_1N_1E_1F_1$  düzbucaqlısını quraq. Aşkardır ki, həmin düzbucaqlı tələb edilən düzbucaqlıya homotetik olar və bu halda üçbucağın  $A$  təpəsi homotetiya mərkəzi olacaqdır.

Aşkardır ki,  $M_1N_1E_1F_1$  və  $MNEF$  homotetik düzbucaqlıların  $E_1$  və  $E$  uyğun təpələri  $A$  homotetiya mərkəzindən çıxan eyni bir  $AE_1$  şüası üzərində olacaq. Bununla da məsələnin həlli yolu tapılır.



Şəkil 3

*Qurma.*  $ABC$  üçbucağının  $A$  təpəsindən  $AC$ -yə perpendikulyar qaldırıb bunun üzərində  $|AK| = km$  ayırıb  $K$  nöqtəsindən  $AB$  tərəfini  $N_1$  nöqtəsində kəsən  $AC$ -yə paralel xətt çəkirik. Həmin düz xətt üzərində  $|N_1E_1| = kn$  ayırıb  $N_1$  və

$E_1$  nöqtələrindən üçbucağın  $AC$  tərəfinə  $M_1N_1$  və  $E_1F_1$  xətlərini perpendikulyar çəkirik. Sonra  $[AE_1]$  şüası ilə  $BC$  tərəfinin  $E$  kəsişmə nöqtəsini qurub  $|EN| \parallel |AC|$ ,  $|EF| \parallel |MN| \parallel |N_1M_1|$  çəkərik. Bu halda  $MNEF$  tələb olunan düzbucaqlı olacaqdır.

*İsbat.* Qurmaya görə  $MNEF$  və  $M_1N_1E_1F_1$  dördbucaqlılarının uyğun təpələrindən keçən düz xətlər eyni bir  $A$  nöqtəsində kəsişdiyindən və onların uyğun tərəfləri paralel olduğundan bu fiqurlar homotetik fiqurlardır. Qurmaya görə  $M_1N_1E_1F_1$  düzbucaqlıdır.

Deməli,  $MNEF$  dördbucaqlısı da düzbucaqlıdır. Bundan başqa  $\frac{|NE|}{|N_1E_1|} = \frac{|AE|}{|AE_1|} = \frac{|EF|}{|F_1E_1|}$  -dir.

Buradan  $\frac{|NE|}{|N_1E_1|} = \frac{|EF|}{|F_1E_1|}$  və ya  $\frac{|NE|}{|EF|} = \frac{|NE|}{|EF|} = \frac{km}{kn}$ . Beləliklə,  $\frac{|NE|}{|EF|} = \frac{m}{n}$  olur.

*Araşdırma.* Məsələnin həmişə həlli vardır. Üçbucağın təpələrinin mərkəzi seçilməsindən asılı

olaraq məsələnin üç həlli vardır. Üçbucağın itibucaqlı, korbucaqlı, düzbucaqlı olması hallarını da nəzərdən keçirmək lazımdır.

Aşağıda təklif etdiyimiz qurma məsələləri də oxşarlıq metodununun köməyi ilə həll edilə bilən məsələ nümunələridir.

**Məsələ 4.** Diaqonallarının verilmiş nisbətinə və tərəfinə görə romb qurun.

**Məsələ 5.** Diaqonallarının nisbətinə, diaqonallar arasındakı bucağına və bir tərəfinə görə paraleloqram qurun.

**Məsələ 6.** Bucağın daxilində verilmiş nöqtədən, onun tərəflərini kəsən elə düz xətt keçirin ki, bucağın tərəfləri arasında qalan parça həmin nöqtədə verilmiş  $m:n$  kimi verilsin.

Yuxarıda təklif olunan məsələləri oxşarlıq metodunun köməyi ilə həll etməklə bərabər homotetiyadan da istifadə etmək məqsədəuyğun olar.

Qeyd edək ki, həndəsədə müxtəlif tiptə məsələlər vardır. Onlardan biri də qurma məsələləridir. Qurma məsələləri öz növbəsində müxtəlif metod və üsulların köməyi ilə həll edilir. Biz bu məqalədə qurma məsələlərinin həllində "oxşarlıq metodu"ndan istifadə etdik.

#### ƏDƏBİYYAT

1. Зайцев В. В. и др. Элементарная математика, Москва, 1974
2. Гуревич Г. Б. и др. Геометрия, Москва, Просвещение, 1976
3. Гусев В. А. и др. Практикум по решению математических задач. Москва, Просвещение, 1985

#### ABSTRACT

Orxan Jafarov

#### The doing of the set of sums through the method of similarity on Geometry course

Set of sums which can be done through the method of similarity and solution samples of some of them have been shown in research work. The doing of the set of sums is completely carried out mainly by passing through the stages of analysis, setting, proof and investigation. However, in the work it is noted that sometimes, there is no need for other stages after passing the stage of analysis while doing the set of sum.

The solution of the sums belonging to different kinds of triangles was investigated by using the method of similarity in the research work. Together with doing the suggested sums by the help of the method of similarity, homothety was used recommended to be used. There are different types of sums of set in geometry.

And one of them is sums of set. Sums of set, in their turn, are done by means of different methods and ways. In this article, the method of similarity was used in the sums of set.

#### РЕЗЮМЕ

Орхан Джафаров

#### Решение построение задач по методу сходства на курсе геометрии

В работе показаны построение задачи, которые можно решить методом сходства и образцы некоторых их решений. Обосновывается мысль, что решение построение задач в основном полностью решается, проходя такие этапы, как анализ построение, доказательство и исследование. В работе подчеркивается, что иногда бывает и так, что при решении построение задач, проходя этап анализа, решение не нуждается в других отмеченных этапах.

В работе, применяя метод сходства, рассмотрены задачи, касающиеся различных видов треугольников. Рекомендовано при решении предлагаемых задач наряду с помощью метода сходства, применить и использование гомотерии.

В геометрии имеются задачи различных типов. Одной из которых является задача построения, которая в свою очередь решается с применением различных методов и приемов. В данной статье в решении построенных задач использован "метод сходства".

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

Məqaləni çapa təqdim etdi: *Fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent Q.Həziyev*

FATMA HACIYEVA

*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

UOT: 372,851

## ƏSAS KƏMIYYƏTLƏRİN TƏLİMİ PROSESİNDƏ ŞAĞİRD LƏRİN RİYAZİ NİTQİNİN İNKİŞAF ETDİRİLMƏSİ (I-IV SİNİFLƏR)

*Açar sözlər:* kəmiyyət, ölçü vahidləri, uzunluq, sahə, kütlə, miqdar, nitq

*Key words:* quantity, measuring units, length, amount, space, mass, speech

*Ключевые слова:* величина, единицы измерения, длина, площадь, масса, количество, речь

Riyaziyyatın ibtidai kursu məzmununa görə integrativ kurs olub, beş məzmun xəttindən ibarətdir. Bu da I-IV siniflərdə riyaziyyat təliminin məqsədlərindən irəli gəlir. Riyaziyyat elminin predmeti kəmiyyətlər və onların ölçülməsidir. Ədəd anlayışının yaranması bilavasitə kəmiyyətlərin ölçülməsi ilə əlaqədardır.

IV sinifdə əsas kəmiyyətlərin öyrənilməsi bitir və buna görə də ölçü vahidləri haqqında bilikləri sistemə salmaq və şagirdlərdə konkret təsəvvürlər yaratmaq lazımdır. Ölçü vahidləri sisteminin metrik adlandırılmasını və adlı ədədlərin hansılarını tam və hansılarının ixtisarla (standart şəkildə) ifadə edilməsini izah etmək lazımdır. Məsələ və misallar həlli prosesində metodik ölçü vahidlərindən düzgün istifadə olunmasına, işarə edilməsinə diqqət yetirmək lazımdır.

Hansı hallarda adlı ədədlər ixtisarla və hansı hallarda tam şəkildə yazılır? Məsələnin tələbində kəmiyyətin ölçü vahidini tam şəkildə (ixtisarsız) yazmaq lazımdır. Məsələn, "...axtarılan məsafə neçə kilometrdir?" və ya "vedrədə neçə litr su var?". Qalan hallarda və ya hər hansı mətndə uzunluq, sahə, kütlə və digər ölçü vahidləri ixtisarla yazılır. Cismin hərəkət sürətinin yazılışında formaca sanki müxtəlif kəmiyyətlərin vahidləri bölünür. Məsələn, cismin sürəti 50 km/saat kimi yazılır. Bu, simvolik yazılış olub, kəmiyyətlərin bölünməsi ilə əlaqədar deyil və məlumdur ki, müxtəlif adlı ədədləri vurmaq və ya bölmək (həmçinin toplamaq və çıxmaq) olmaz. 50 km/saat – yazılışının riyazi mənası – "Cismin 1 saatda getdiyi yol 50 km-dir" deməkdir. Ona görə də həmin simvolik yazılışı əməlin komponenti kimi qəbul etmək olmaz.

Ümumiyyətlə, kəmiyyətlər üzərində əməllərin aksiomatikasına (qaydalara) əsaslanmaq lazımdır. Ölçü vahidlərinin tətbiqinə dair bacarıq və vərdişlər yaratmaq üçün şagirdləri bilavasitə ölçmə işlərinə cəlb etmək lazımdır. Məsələn, tərəzidə çəkmə, məsafənin ölçülməsi, vaxtın hesablanması və müvafiq məsələlərin tərtib edilməsi, fiqurların xassələri ilə əlaqədar yer üzərində ölçmə işlərinin aparılması, nəticələrin dəftərdə qeyd olunması, hər bir işin məzmununun şifahi şərh olunması, müxtəlif riyazi yazılışların həm formal və həm də riyazi mənasının şagirdlər tərəfindən tələffüz olunmasına nail olmaq lazımdır. Riyazi yazılışların (bərabərlik, bərabərsizlik, tənlik, düsturlar və s.) həm mətn əsasında və həm də mənacə tələffüzündə dəqiqliyə diqqət yetirmək lazımdır. Məsələn, hər hansı riyazi ifadəni oxuyan şagird mötərizə, əməl işarələrini bəzən görmür və nəticədə məna səhvi baş verir.

"Həndəsə" və "ölçmələr" məzmun xətləri əsasında IV sinifdə aparılan praktik işlər fiqurların xassələrini dərk etməyə və konstruktiv məsələlərin mahiyyəti ilə tanış olmağa imkan verir. Məsələn, yer üzərində düz xəttin, düz bucağın, düzbucaqlının qurulması, konkret formalı sahələrin hesablanması prosesində şagird zəruri bilikləri tətbiq etməklə, riyaziyyatın həyatda tətbiqinin şahidi olur. Praktik işlərin məzmununa, həmçinin:

- 1) Hər bir şagird addımının orta uzunluğunu tapmağı,
- 2) iki obyekt arasındakı məsafənin gözəyari ölçülməsi və sonradan həmin məsafənin ölçü lenti və ya addımla ölçülməsi.

Ölçmə işlərinin səmərəli olması – işin qabaqcadan düzgün təşkil və təchiz olunmasından

asıldır. Ölçmə işlərinin sonu – müvafiq məsələlərin tərtib və həll edilməsi ilə yekunlaşır. Bu işi sinif şəraitində aparmaq lazımdır. Şagirdlər ölçmə zamanı dəftərlərində apardıqları qeydlərdən sinifdə məsələ tərtibində istifadə edirlər. Məsələlər həllində həm də mürəkkəb adlı ədədlərin toplanması, çıxılması, adlı ədədin mücərrəd ədədə vurulması, bölünməsi və eyni cinsli adlı ədədlərin nisbəti aid halları nəzərdən keçirmək lazımdır.

Yeni Təhsil proqramına əsasən orta məktəbin riyaziyyat kursunda kəmiyyətlər və onların ölçülməsi “Ölçmələr” adı altında verilmişdir. Bu başlıq altında I-IV siniflər üzrə onun məzmununu və şagirdlərin bilik, bacarıq və vərdislərinə verilən tələbələrini nəzərdən keçirək.

“Məzmun xətti” anlayışına belə tərif verilir: “Fənn üzrə ümumi təlim nəticələrinin reallaşdırılmasını təmin etmək üçün müəyyən edilən məzmunun zəruri hissəsidir” [1; 56].

“Ölçmələr” məzmun xətti aşağıdakı kimi xarakterizə olunur:

- ölçü vahidi və kəmiyyətlərin ölçülməsi haqqında təsəvvürlərin yaranması
- kəmiyyətlərin ölçü vahidləri arasında əlaqələrin yaranması,
- kəmiyyətlərin (uzunluq, sahə, kütlə, vaxt, tutum və s.) qiymətini hesablama və ölçü vahidləri ilə (xətkeş, palet, tərəzi, saat, menzurka və s.) onları ölçmə bacarıqlarının formalaşması,
- perimetr və sahə anlayışları haqqında təsəvvürlərin yaranması, çoxbucaqlının perimetri və düzbucaqlının sahəsini hesablama bacarıqlarının formalaşması.

Qeyd etmək lazımdır ki, “kəmiyyət” anlayışı (sözü) nədir, hansı xassələri var? – bu kimi suallara çox sadə şəkildə cavab verilməlidir. Bunun nəticəsidir ki, hətta bəzi ibtidai sinif müəllimləri “kəmiyyət nədir? Misal göstərin” – sualına cavab verməkdə çətinlik çəkirlər. Halbuki I sinif şagirdləri uzunluq, kütlə, vaxt – kəmiyyətləri ilə praktik zəmində tanış olurlar. Proqramda həmin anlayışın olmaması və cümlədaxili işlədilməsi – onun sanki məlum olduğunu hesab edirlər. Əslində ibtidai siniflərdə sayma, hesablama, ölçmə və məsələlər həlli bilavasitə kəmiyyətlər üzərində qurulmuşdur. Kurikulumun bu mənfi cəhəti ibtidai siniflərin riyaziyyat dərslərlərində də özünü büruzə verir. Ona görə hesab edirik ki, “Ölçmələr” məzmun xəttinin bütöv adı “Kəmiyyətlər və onların ölçülməsi” kimi olmalıdır. Elmi ədəbiyyatda kəmiyyət özünəməxsus xassələri ilə seçilən obyekt və ya hadisə kimi tərif olunur. Kəmiyyət üç xassəyə malikdir:

1. Kəmiyyət ölçülür,
2. Kəmiyyəti ölçmək üçün ölçü vahidləri lazımdır,
3. Kəmiyyətin ölçülməsi nəticəsi olan qiyməti ədədlə ifadə olunur [2; 146].

“Ölçmələr” məzmun xəttinin təlim nəticələri kurikulumda belə verilmişdir:

Şagird:

- seçilmiş şərti ölçü vahidinin verilmiş kəmiyyətdə neçə dəfə yerləşdiyini müəyyənləşdirməklə, ölçmə əməliyyatının mənasını başa düşür, vahidlər arasında əlaqə yarada bilir [1; 57].

P.S.Burada “vahidlər” əvəzinə, “ölçü vahidləri” ifadəsi olmalıdır.

- kəmiyyətlərin ölçülməsində və müqayisəsində uyğun ölçü vahidləri və alətlərindən düzgün istifadə edir və bu biliklər əsasında riyazi və praktik çalışmaları yerinə yetirir.

- perimetr və sahə anlayışlarını başa düşür, bu biliklərdən praktik işlərin və çalışmaları yerinə yetirilməsində istifadə edir.

“Məzmun standartları” bölməsində (1; 67) siniflər üzrə məzmun xətləri üzrə şagirdlərin bilik və bacarıqları xarakterizə olunur.

“Ölçmələr” məzmun xəttinin siniflər üzrə şagird nailiyyətlərini nəzərdən keçirək.

#### I sinif

Ölçmələr

Kəmiyyətlər

Şagird:

1. Kəmiyyətləri müqayisə edir: hadisələri vaxta görə müqayisə edir və ardıcıl düzür
2. Əşyaları uzunluğa görə müqayisə edir.
3. Əşyaların kütləsi haqqında təsəvvürü olduğunu nümayiş etdirir.
4. Qabın tutumu haqqında təsəvvürü olduğunu nümayiş etdirir (1; 71)

Ölçü vahidləri və alətləri

Şagird:



1. Standart və standart olmayan ölçü vahidlərindən istifadə edir.
- 1) Uzunluğun ölçülməsində şərti vahidlərdən istifadə edir.
- 2) Verilmiş parçanı santimetrlə ölçür və uzunluğu sm-lə verilmiş parçanı çəkir.
- 3) Müddətin tam saatlarını müəyyən edir.
- 4) Pul vahidlərini (manat, qəpiklər) tanıyır, onlardan mübadilə və haqq hesabda istifadə edir.
- 5) Tərəzi bilavasitə kütləni müəyyənləşdirir və kiloqramla ifadə edir.
- 6) Tutumun ölçülməsində standart və şərti ölçü vahidlərindən istifadə edir [1; 64].

#### II sinif

Şagird ölçü vahidlərindən və alətlərindən istifadə edərək kəmiyyətləri ölçür və nəticəni qiymətləndirir. Uzunluğu, kütləni və vaxtı ölçmək üçün müvafiq alətlərdən və ölçü vahidlərindən istifadə etməklə nəticəni qiymətləndirir. Vaxtı saat və dəqiqə ilə hesablayır, vaxt aralığını müəyyən edir və izah etməyi bacarır.

Pul vahidlərini tanıyır, hesablamalarda tətbiq edir, tutum vahidini tanıyır və ondan istifadə edir. Standart və standart olmayan ölçü vahidlərindən istifadə etməklə kəmiyyətlərin qiymətlərini müqayisə edir.

#### III sinif

Şagird ölçü vahidlərindən və alətlərindən istifadə etməklə, kəmiyyətləri ölçür və nəticəni qiymətləndirir. Kəmiyyətlərin ölçü vahidləri arasındakı əlaqələri bilir və hesablamalarda tətbiq edir, ölçmənin dəqiqliyini artırmaq üçün daha kiçik ölçü vahidlərindən istifadə edir, çoxbucaqlının perimetrini hesablayır, vaxtın saat və dəqiqə ilə ölçülməsini bilir, vaxtın konkret aralığını hesablamağı bacarır.

#### IV sinif

Şagird eyni adlı kəmiyyətləri müqayisə edir və nəticələrini izah edir: uzunluğun, tutumun, sahənin, vaxtın qiymətlərini müqayisə etməyi bacarır.

“Eyni sahəyə malik olan müxtəlif ölçülü, fiqurların varlığını dərk edir və şərhlər verir” [1; 82].

Bu cümlə dəqiq deyil, əsl mahiyyətini ifadə etmir. “Sahələri bərabər, formaları müxtəlif olan fiqurlar var”. Məsələn, sahələri bərabər olan düzbucaqlı və üçbucaq.

IV sinifdə şagirdlər cismin hərəkət sürəti anlayışını dərk edir, onun vahidlərini tanıyır və sürətini simvolik yazılışını izah edə bilir.

Cismin hərəkət sürətinə, sahə və perimetrin hesablanmasına, tutumun (həmin) hesablanmasına aid məsələləri həll etməyi bacarır.

I-IV siniflər üzrə şagirdlərin kəmiyyətlərə dair bilik və bacarıqlarına verilən tələblər tətbiq olunan və keçmiş ənənəvi proqramın tələblərinə uyğun gəlir.

Qeyd etmək lazımdır ki, ibtidai siniflərdə kəmiyyətlərin öyrədilməsi üç faktorla əlaqədardır:

1. Şagirdlərdə “kəmiyyət” anlayışı haqqında aydın və konkret təsəvvürün yaradılması.
2. Kəmiyyətin əsas xüsusiyyəti – onun ölçülməsi zərurəti.
3. Kəmiyyətin qiymətinin (ölçmə nəticəsinin) ədədlə ifadə olunması.

Ədəd mücərrəd anlayışdır, lakin kəmiyyətin qiymətinin ədədlə ifadə olunması və ədədin məhz həmin kəmiyyətə aid olmasının zəruriliyi – şagirdlərin riyazi hazırlığı səviyyəsinin bir elementi kimi - ədədin yanında ölçü vahidinin göstərilməsidir. Xüsusi məsələ həllində axtarılan ədədin tapılması və onun hansı kəmiyyətə mənsub olması məhz ölçü vahidinin göstərilməsi ilə bilinir.

Kəmiyyətlərin ölçülməsi ilə əlaqədar ölçmə nəticələri üzərində əməllərin icra olunması zəruriliyi və mümkünlüyü – riyaziyyat təlimində mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Mücərrəd ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirməkdə şagirdlər heç bir çətinlik çəkmirlər. Lakin kəmiyyətlərin qiymətləri olan ədədlər üzərində hesab əməllərinin yerinə yetirilməsində aşağıdakı suallara cavab verilməlidir:

1. Hansı kəmiyyətlər bircinsli hesab olunur?

2. Bircinsli kəmiyyətlərin qiymətləri üzərində (adlı ədədlər üzərində) hansı hesab əməlini yerinə yetirmək olar?

3. “Kəmiyyət” sözü ilə “miqdar” sözünü eyniləşdirmək olmaz. Kəmiyyət – real aləmdə mövcud olan obyekt və hadisələrin ümumiləşdirilmiş xassəsini özündə əks etdirir. Maddi əşya və hadisələrin “böyükdür”, “kiçikdir”, “bərabərdir” münasibətləri ilə xarakterizə olunanlar kəmiyyət hesab olunur. Hər bir kəmiyyətin, onu başqa kəmiyyətdən fərqləndirən mühüm əlaməti olur. Kəmiyyətin ölçülə bilməsi – onun mühüm xassələrindən biridir. Kəmiyyəti ölçmək üçün qəbul edilən ölçü vahidi (əsas) və ya törəmə

vahidlər tətbiq edilir. Eyni bir kəmiyyət müxtəlif (eynincisli) ölçü vahidləri ilə ölçülə bildiyindən, onun qiymətləri də həmin ölçü vahidlərinə görə müxtəlif olur. Məsələn, eyni bir parçanın uzunluğu 1 m və ya 10 dm ola bilər. Bu ədədlərin hamısı eyni bir kəmiyyətin qiymətini ifadə edir.

İbtidai siniflərdə öyrədilən əsas kəmiyyətlər bunlardır: uzunluq (məsafə), kütlə, vaxt, sahə, cismin hərəkət sürəti, tutum (həcm). Lakin həyati təlabatla əlaqədar şagirdlərə pul vahidləri və təzyiqlik (atmosfer təzyiqli) haqqında məlumat vermək olar. Sonuncu haqqında IV sinifə məlumat verilə bilər.

Nə üçün ibtidai siniflərdə kəmiyyətlərin öyrədilməsi zəruridir?

1) Riyaziyyat, həyat bilgisi fənlərinin təlimi bilavasitə həyatla bağlıdır. İnsanlar həyati fəaliyyətlərində kəmiyyətlərin ölçülməsi, qiymətinin hesablanması ilə tez-tez rastlaşırlar;

2) əsas kəmiyyətlərlə tanışlıq orta riyazi təhsilin sonrakı mərhələləri üçün hazırlıq xarakteri daşıyır;

3) kəmiyyətlərin əsas hissəsi həndəsi kəmiyyətlər olduğundan, onların təlimi şagirdlərin fəza təsəvvürlərini və riyazi biliklərini zənginləşdirir;

4) kəmiyyətləri ölçməyi öyrənməklə, şagirdlər həyatda zəruri olan praktik vərdişlər qazanırlar;

5) kəmiyyətləri öyrənməklə, şagirdlər ədəd və hesab əməlləri haqqında biliklərini dərinləşdirirlər. Təqribi ədəd anlayışı, ədəd anlayışının genişləndirilməsi bilavasitə kəmiyyətlərlə əlaqədardır;

6) hərəkətə aid məsələlər həlli vasitəsilə, kəmiyyətlər üzərində əməllərin yerinə yetirilməsi mexanizmi aşkar edilir.

I-IV siniflərdə riyaziyyat kursunun məzmununu 5 məzmun xəttində ifadə olunmasına baxmayaraq, hesab materialı (ədədlər və əməllər), hissə və kəsr anlayışları, cəbr elementləri, kəmiyyətlər və onlar arasındakı asılılıqlar, həndəsə materialı, statistika və ehtimal elementləri konsentrasiya üzrə qarşılıqlı əlaqədə, yəni fənlərarası əlaqələrin reallaşdırılması yolu ilə tədris olunur. Statistika yolu ilə tədris olunur. Statistika və ehtimal elementləri ədədlər konsentrasiya uyğun olaraq, əsasən məsələlər həlli vasitəsilə verilir. Tədris prosesində hər bir anlayış, təklif, qayda, əməl xassəsi və s. sistemli şəkildə təkrar edilərək, möhkəmləndirilir və şagirdlərin şifahi tələffüzünə, yazılı bacarıqlarına xüsusi yer və vaxt ayrılır.

Riyaziyyatın məktəb təlimində (I sinifdən başlayaraq) təsəvvürlər inkişaf etdirilərək, anlayış səviyyəsinə çatdırılır, qazanılmış nəzəri biliklər (xassə, əlamət, tərif, təklif və s.) praktik çalışmalar vasitəsilə möhkəmləndirilir.

İbtidai siniflərdə öyrədilən hər bir anlayış, qayda iki istiqamətdə möhkəmləndirilir:

1) şagird əvvəlcə müəllimin köməyi ilə onları şifahi tələffüz edir,

2) həmin bilikləri riyazi əməllər vasitəsilə ifadə edir.

Çalışmaq lazımdır ki, əks istiqamətdə də iş aparılsın: yəni riyazi yazılışın təklif, qayda, nəticə şəklində şifahi tələffüz edilməsi.

Təcrübə göstərir ki, sinif müəllimi bu iki metodikanı əsas götürdükdə, onun şagirdləri məsələ həllində, məsələnin təhlilində riyazi mühakimələr aparır, fikirlərini savadlı şəkildə ifadə etməyi bacarırlar. Həmin şagirdlər təhsilin V-XI siniflərində öz riyazi nitqi, bacarıqları ilə seçilirlər.

Təcrübədə belə hala da rast gəlirik: şagird şərh, izah edə bilmir, cümlələri yarımçıq və hətta mənasız olduğu halda, tələb olunan riyazi cəhətdən düzgün yazır və ya həll edir. Məsələn, ibtidai siniflərdə tənliklər əməlin nəticəsi ilə komponentləri arasındakı əlaqəyə görə həll edilir və hər bir addım əvvəlcə şifahi izah edilir, sonra müvafiq riyazi yazılış yerinə yetirilir. Nitqi, riyazi nitqi inkişaf etməmiş şagird hesablamayı yerinə yetirir və ya tənliyi sürətlə həll edir, lakin şifahi izahları verməkdə çətinlik çəkir. Şifahi nitq sanki nəzəriyyə, riyazi yazılış isə praktika funksiyasını yerinə yetirir. Ona görə də riyazi cəhətdən savadlı şagird hər ikisini öz tədris fəaliyyətində birləşdirməlidir.

İndi I-IV siniflərdə kəmiyyətlərin tədris prosesində şagirdlərin riyazi nitqinin inkişaf etdirilməsi məsələlərini nəzərdən keçirək:

I. Parçanın uzunluğu anlayışı və onun ölçülməsi prosesində şagirdlərin nitqinin inkişaf etdirilməsi.

Uzunluq (məsafə, iki nöqtə arasında məsafə) kəmiyyətin mühüm xassəsi olub, onu digər kəmiyyətlərdən fərqləndirir. Parça dedikdə iki obyekt arasında məsafə və ya hər hansı iki şəhər, iki qəsəbə arasında məsafə nəzərdə tutulur. Hələ bağçanın böyük yaş qrupunda və məktəbə hazırlıq qrupunda əşyaları: 1) uzunluğa görə; 2) eninə görə; 3) hündürlüyünə görə müqayisə edərkən, əsas mahiyyət bundan

ibarət olmuşdur ki, iki nöqtə arasındakı məsafə və uzunluq digəri ilə müqayisədə “uzundur”, “qısaadır”, “enlidir”, “ensizdir”, “qalındır”, “nazikdir” ifadələri ilə müəyyən edilirdi. Bu müqayisə əyani görəmə əsasında aparılır. Sonrakı mərhələdə mümkün olan hallarda “üst-üstə qoymaq” və ya “tutuşdurmaqla” müqayisə aparılır. Üçüncü mərhələdə müqayisə nəticələrinin konkret ədədlərlə ifadə edilməsi üçün ölçü vahidlərindən, ölçü alətlərindən istifadə etməklə müqayisə aparılır.

Müqayisədə tədricən mücərrədləşdirmə aparılır: əşyaların ölçülərini müəyyən və müqayisə edərkən, onların forması, rəngi, hazırlandığı material arxa plana keçir, əsas məqsəd – məsafə - məsafəyə yönəlidir.

Uzunluğun ölçülməsi üçün əvvəlcə şagirdlərə düz xətt və onun sonlu hissəsi olan parça haqqında məlumat verilir. Bundan sonra uzunluğu ölçmək tələbatı yaranır. İkinci mərhələdə ölçü vahidinin müəyyən edilməsi, xüsusi halda standart ölçü vahidi - santimetrdən (sm) istifadə olunmasıdır. Ölçmə prosesini də əyani göstərməklə izah etmək lazımdır. Hər bir addımı şagirdlərə təkrar etdirmək lazımdır.

Uzunluğun ölçü lenti və xətkəşlə ölçülməsi daha əyani xarakter daşıyır və müvafiq məsafələr seçilir.

100 dairəsində nömrələmə ilə əlaqədar metrlik xətkəşdən istifadə olunur.

Millimetr və kilometr anlayışları (ölçü vahidləri kimi) III sinifdə daxil edilir. Lakin məktəb təcrübəsində müəllimlər bu anlayışları daha erkən daxil edirlər.

Uzunluq ölçü vahidlərinin daxil edilməsi və onlar arasındakı nisbət əlaqələrinin şərhli şagirdlər üçün çətinlik törətmir. Çünki həmin münasibətlər 10-luq say sistemindədir:

10 təklik = 1 onluq	10 sm = 1 dm
10 onluq = 1 yüzlük	10 dm = 1 m
10 yüzlük = 1 minlik	10 m = 100 dm
1000 m = 1 km	

Ölçü vahidləri arasında münasibətləri onluq say sistemində verildiyindən buna metrik say sistemi deyilir.

IV sinifdə şagirdlər cismin hərəkət sürəti ilə, onun analitik yazılışı ilə tanış olur, düsturuna əsasən məsafənin tapılması yolunu öyrənirlər. Deməli, məsafəni həm bilavasitə ölçməklə, həm də məlum riyazi münasibətdən istifadə edib hesablamağın mümkün olduğunu şagirdlər öyrənirlər.

II. Cismin kütləsi anlayışının öyrədilməsi prosesində şagirdlərin riyazi nitqinin inkişaf etdirilməsi.

Bağcanın böyük yaş və məktəbə hazırlıq yaş qruplarında kütlə haqqında təsəvvürlər cisimlərin əyani şəkildə “ağırdır”, “yüngüldür”, “eynidir” məzmununda müqayisə edilməsi ilə yaranır.

Məktəbin I sinifində şagirdlərin ilkin və həyatı təsəvvürlər əsasında kütlə və onun ölçü vahidləri – kiloqram (kq) və litr (l) haqqında məlumat verilir. Kütlənin tərəzi ilə, mayələrin menzurka ilə (müntəzəm bölgüləri olan silindrik şüşə qab) həcmələri müəyyən edilir.

Kütlə haqqında dəqiq təsəvvür yaratmaq və onun cismin (obyektin) digər xassələrindən asılı olmadığını xüsusi seçilmiş çalışmalar vasitəsilə müəyyən etmək olar. Kütlə nədir? – sualına cavab olaraq müəllim əyani müqayisə əsasında cismi təşkil edən maddənin miqdarı nəzərdə tutulur. Deməli, miqdar anlayışına gəlib çıxırıq. Miqdarı ifadə etmək üçün ədədlərdən istifadə olunur. Ölçmə nəticəsini göstərən ədədin yanında müvafiq ölçü vahidi yazılır.

Şagirdlərə anlayışı öyrətmək üçün aşağıdakı məzmununda suallar vermək olar:

1) eyni formalı və eyni ölçülü, eyni materialdan hazırlanmış iki cismin kütlələri eyni və ya müxtəlif ola bilərmi?

Misal. İki metal 50 qəpiklik pulun kütləsi, iki metal 1 manatlıq pulun kütləsi.

2) eyni formalı və eyni ölçülü müxtəlif materialdan hazırlanmış iki cismin kütlələri eyni və ya müxtəlif ola bilərmi?

Kütlənin ölçülməsini öyrədərkən, şagirdlərə məlum olan kəmiyyətlərlə müqayisə aparmaq lazımdır.

1) uzunluq nə ilə ölçülür? (sm, dm, m, km)

2) kütlə nə ilə ölçülür? (kq, litr)

3) uzunluğu ölçmək üçün hansı vasitələrdən istifadə olunur? (ölçü lenti, xətkəş və s.)

4) kütləni ölçmək üçün hansı vasitələrdən istifadə olunur? (tərəzi, menzurka və s.)

Uzunluğu gözəyari müqayisə etmək mümkün olduğu kimi, kütləni bəzi hallarda gözəyari və bəzi hallarda əllə müqayisə etmək olar. Bu hallara aid şagirdlərə müvafiq çalışmalar verilir.

Kütlənin yeni ölçü vahidi qram (q) haqqında məlumat min dairəsində nömrələmə öyrədildikdə verilir. Konkret olaraq, 1q, 5q, 10q kütlələri olan əşyaları nümayiş etdirmək olar.

Litrə kiloqram arasında əlaqə yaratmaq üçün su ilə əlaqədar izah vermək olar:

1 sm<sup>3</sup> su təxminən 1q-dır.

1 litr suyun kütləsi təxminən 1 kq-dır.

1m<sup>3</sup> suyun kütləsi 1 tondur.

Qeyd etmək lazımdır ki, destillə edilmiş suyun 1 litri 1 kq-dır. Bu münasibət yalnız su üçün doğrudur. Məsələn, 1 litr neftin kütləsi təxminən 700 qramdır. Civənin 1 sm<sup>3</sup>-i 13,2 qramdır. Yəni sudan təxminən 13 dəfə ağırdır.

İbtidai məktəbdə şagirdlər kütlənin qram, kq, litr, hektolitr, dekalitr, sentner, ton ilə tanış olur və müvafiq məsələlər həll edirlər.

Beləliklə, aydın olur ki, təlim prosesində əsas kəmiyyətlərin öyrədilməsi şagirdlərin bilik, bacarıq və vərdislərə yiyələnməsinə səbəb olmaqla, onların riyazi nitqinin inkişafına əsaslı təsir göstərir.

## ƏDƏBİYYAT

1. Ümumtəhsil məktəblərinin I-IV siniflər üçün fənn kurikulumları. Bakı, Təhsil, 2008
2. Həmidov S.S. I-IV siniflərdə riyaziyyatın tədrisi metodikası. Bakı, ADPU, 2012
3. Cəbrayilov B.C. Riyaziyyatın ibtidai kursunun nəzəri əsasları. Bakı, ADPU, 2012
4. Riyaziyyatdan metodik göstərişlər (III sinif). Bakı, Altun kitab, 2012
5. Riyaziyyatdan metodik göstərişlər (IV sinif). Bakı, Altun kitab, 2013
6. Ümumtəhsil məktəblərinin riyaziyyatdan fənn kurikulumları. Bakı, Pedaqogika, 2012
7. Бантова М.А. и др. Методика преподавания математики в начальных классах. Москва, Просвещение, 1984.

## ABSTRACT

**Fatma Həjiyeva**

### **To develop the pupils` mathematical speech in the teaching process of main mathematical quantities (i-iv forms)**

The article deals with the teaching of main mathematical quantities in primary classes and to develop the pupils` mathematical speech in the process. It was defined that to involve the pupil to measuring influence the forming of their knowledge, ability and habits. Using from measuring units and tool the pupils can measuring the quantities and value the results. The important problems as length, measuring and mass conceptions, property and factors of the quantity is taught very easily.

## РЕЗЮМЕ

**Фатма Гаджиева**

### **Развитие математической речи учеников в процессе обучения основным величинам (I-IV классы)**

В статье рассматривается изучение в начальных классах основных величин и развитие математической процессе изучения. Выявлено, что привлечение учеников к измерительным работам положительно влияет на формирование знаний и навыков. Пользуясь единицами измерения и измерительными приборами, ученики измеряют величины и учатся оценивать результаты. Легко и быстро усваиваются такие понятия как длина, измерение, масса, свойства и факторы величин.

---

NDU-nun Elmi Şurasının 28 dekabr 2016-cı il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 04).

Məqaləni çapa təqdim etdi: *Fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent Q.Həziyev*

# MÜNDƏRİCAT

## RİYAZİYYAT

1. **Ягуб Мамедов, Самира Гасанлы.** Элементы гармонического анализа, порожденные оператором данкля.....3
2. **Sahib Əliyev, Elşad Ağayev, Səfa Əliyev.** Eynifazalı hal üçün kompazit materiallarda gərginlik-deformasiya vəziyyətinin tədqiqi.....9
3. **Rövşən Həsənov.** Pilləli matrisin xətti cəbrdə yeri və rolu haqqında.....14
4. **Miryasin Eminov.** Qeyri-müəyyən inteqralları hesablamaq üçün qeyri-ənənəvi metod.....20
5. **Daşqın Seyidov, Aydın Şahbazov.** Müntəzəm cəbrlərdə çəkili tip endomorfizmlərin kompaktlığı.....26

## FİZİKA

6. **Мубариз Нуриев.** Исследование сверхструктурных фаз тонких полупроводниковых пленок  $Cu In Se_2$  и  $Cu In Te_2$ .....33
7. **Гулу Газиев.** Природа солнечно-земных связей.....39
8. **Azad Məmmədli.** Göy mexanikasında dövrü həllər haqqında.....42
9. **Seyfəddin Cəfərov, Fərman Qocayev.** Bircins polikristal xəlitələrinin alınması.....45
10. **Nailə Qardaşbəyova, Aygün Sultanova.** Parçalanmış yüklü qıraq dislokasiyaların köməyi ilə  $A^2B^6$  tipli birləşmələrdə dislokasiyaların tipinin təyini.....48
11. **Qorxmaz Hüseynov.**  $AgAsS_2$  və  $Ag_3AsS_3$  birləşmələrinin alınması şəraitinin termodinamik tədqiqi.....51
12. **Nazilə Mahmudova.**  $Cu_2SnS_3$  birləşməsində qadağan olunmuş zonanın eninin təyin edilməsi.....56

## TEXNİKİ ELMLƏR

13. **Cavanşir Zeynalov, İlkin Vəlibəyov.** Qeyri-səlis məsələlərin neyron şəbəkələrin köməyi ilə həlli...60
14. **Səyyad Vəliyev.** Yol şəraitlərinin hərəkət təhlükəsizliyinə təsiri.....63
15. **Hüseyn Qasimov.** Elektron universitetlərin növləri, nəzəri əsasları, Azərbaycan təhsil mühitinə uyğun elektron universitet modeli.....67
16. **Pərviz Allahverdiyev.** Fövqəladə hallarda əhalinin mühafizəsinin üsul və prinsipləri.....73

## METODİKA

17. **Orxan Cəfərov.** Həndəsə kursunda oxşarlıq metodu ilə qurma məsələlərinin həlli.....77
18. **Fatma Hacıyeva.** Əsas kəmiyyətlərin təlimi prosesində şagirdlərin riyazi nitqinin inkişaf etdirilməsi (I-IV siniflər).....80